

# Unità 1

## Definizione di sistema termico

Un sistema termico è un sistema di scambio di calore e di massa/energia svolgono un ruolo determinante per il funzionamento del sistema stesso.

Ad esempio, un motore elettrico trasforma l'energia elettrica in energia meccanica (scambio di energia) e solo in piccola parte in calore, per cui non può essere definito un sistema termico.

Al contrario, possono essere categorizzati come sistemi termici:

- Il motore di un'automobile
- Una moto d'acqua
- Il sistema cardiovascolare dell'uomo

# Unità 2

Un **sistema** è una regione di spazio o quantità di materia che è oggetto di studio.

Un **ambiente** è una regione o materia esterna al sistema.

Contorno è la **superficie reale** (o immaginaria) che separa il sistema dall'ambiente.

Un sistema può essere:

- **Chiuso (o massa di controllo)**: massa invariante, non vi è flusso di materia attraverso il contorno ma può essere soggetto a scambi di energia sotto forma di lavoro o di calore.
- **Aperto (o volume di controllo)**: regione attraverso cui contorno fluisce materia. Di solito è un sistema che contiene un dispositivo a scambio di massa (compressore, turbina o quant'altro...). Il contorno può anche essere interessato a flussi di energia.

La superficie di un volume di controllo è anche chiamata **superficie di controllo**.

Un classico esempio di sistema aperto è un PC. Se consideriamo il sistema come volume delimitato dal case, allora notiamo che è un sistema che scambia massa con l'esterno: ovvero l'aria utilizzata per il raffreddamento dei suoi componenti.

**Descrivere un sistema** significa:

- Definizione del confine (o contorno del sistema).
- Definizione del contenuto materiale del sistema.
- Definizione dello stato.
- Identificazione delle fasi presenti entro il sistema.
- Identificazione delle quantità termodinamiche che permettono di definire lo stato.

**Stato del sistema:** descrizione del sistema eseguita mediante i valori di quantità macroscopiche misurabili (proprietà).

Proprietà: una qualunque caratteristica macroscopica del sistema misurabile.

Alcune proprietà note sono: pressione, temperatura, volume, massa.

Queste si dividono a loro volta in:

- **Intensive:** indipendente dall'estensione del sistema (temperatura o pressione).
- **Estensive:** dipendente dalla dimensione del sistema.
- **Specifiche:** rapporto tra proprietà estensive (densità, volume specifico).

Fase: frazione di sistema chimicamente e fisicamente omogenea.

**Sostanza pura:** sostanza interamente, chimicamente omogenea (**una sola fase** per l'intero sistema).

**Stati di aggregazione:** solido, liquido, gassoso.

**Stato di equilibrio:** stato per il quale non ci sono forze motrici entro il sistema.

**Equilibrio termico:** la temperatura è uniforme entro il sistema (non ci sono più scambi di temperatura entro il sistema).

**Equilibrio meccanico:** in ogni punto del sistema la pressione non cambia nel tempo.

**Equilibrio di fase:** se il sistema presenta più fasi, la massa di ogni fase non cambia nel tempo (ogni fase rimane costante).

**Equilibrio chimico:** la composizione chimica del sistema non cambia nel tempo (assenza di reazioni chimiche).

**Equilibrio elettrico:** il potenziale elettrico è uniforme e non cambia nel tempo.

Processo: una qualsiasi modificazione dello stato del sistema.

**Percorso del processo:** la serie di stati attraverso i quali il sistema passa nel percorso del processo. La descrizione completa del processo prevede che sia possibile identificare gli stati iniziali e finali, il percorso e le interazioni con il contorno.

Casi particolari di processo:

- **Processo quasi-statico o di quasi equilibrio:** processo attraverso cui gli stati sono sempre infinitamente prossimi a condizioni di equilibrio.
- **Processo ciclico (ciclo):** processo per il quale stato iniziale e finale coincidono.

Il sistema internazionale di unità di misura definisce sette unità fondamentali. A seguito di queste sette unità ci sono quelle derivate e i multipli e sottomultipli delle unità di base.

Ci sono delle regole da seguire quando si scrive una quantità (per esame):

- L'indicazione dell'unità di misura deve obbligatoriamente seguire ogni misura numerica (in simbolo, non per esteso).

- Se non segue un'indicazione numerica allora il nome va indicato per esteso.
- Dopo il simbolo dell'unità di misura non va mai il puntino.
- Per separatore decimale si può usare il punto in basso o la virgola (solo in Italia).
- Occorre, quando possibile utilizzare le unità di misura derivate.
- Sono consentiti multipli e sottomultipli solo per un fattore mille. Tuttavia è ammesso l'uso di alcune grandezze specifiche come il cm (1 cm = 0.01 m), il bar (1 bar = 10<sup>5</sup> Pa) o il litro (1 L = 1 dm<sup>3</sup>).
- Se si impiegano a denominatore due o più simboli è opportuno raggrupparli entro parentesi: come W \* m<sup>-1</sup> \* K<sup>-1</sup>, che si può anche scrivere come W / (m \* K) mentre W / m \* K è fuorviante.
- E' spesso opportuno scandire a gruppi di 3 cifre un numero molto lungo che sia prima o dopo il separatore decimale.
- Si considerano **cifre significative** la prima (da sinistra a destra) diversa da zero e tutte quelle che seguono compresi gli zeri. Nel numero 0.001'234, il numero di cifre significative è 4.
- Il numero di cifre significative è anche un indicatore della precisione del valore. Ad esempio 10'000 W ha una precisione dell'ordine del 1 W ma se la precisione, in consegna, è dell'ordine dei 100 W allora è più conveniente esprimere la misura come 10.0 kW o 1.00 \* 10<sup>4</sup> W.

### Volume specifico, densità

Ipotesi di continuità materiale: il mezzo materiale (solido, liquido o gassoso) è assunto continuo: le proprietà del materiale sono definite per ogni punto del materiale.

#### Densità

Assunta la continuità del volume, la densità del materiale può essere calcolata in questo modo. Il lim è presente cosicché si possa considerare un volume cui contorni potrebbero essere non ben definiti.

$$\rho = \lim_{V \rightarrow V'} \left( \frac{m}{V} \right) \quad (\text{kg/m}^3)$$

#### Volume specifico

Volume sull'unità di massa.

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (\text{m}^3/\text{kg})$$

#### Peso specifico

Peso dell'unità di volume, F<sub>p</sub> corrisponde alla forza peso.

$$\gamma = \frac{F_p}{V} = \rho g \quad (\text{N/m}^3)$$

**Relazione massa-densità / volume specifico**

$$m = \int_V \rho dV = \int_V \frac{1}{v} dV$$

**Quantità di sostanza**

n numero di moli di sostanza (kmol)

M massa molecolare della sostanza (kg / kmol)

**Relazione quantità di sostanza-massa**

$$n = \frac{m}{M} \quad (\text{kmol})$$

**Volume molecolare**

$$\bar{v} = \frac{V}{n} = vM \quad (\text{m}^3/\text{kmol})$$

**Pressione**

Forza normale esercitata da un fluido per unità di superficie.

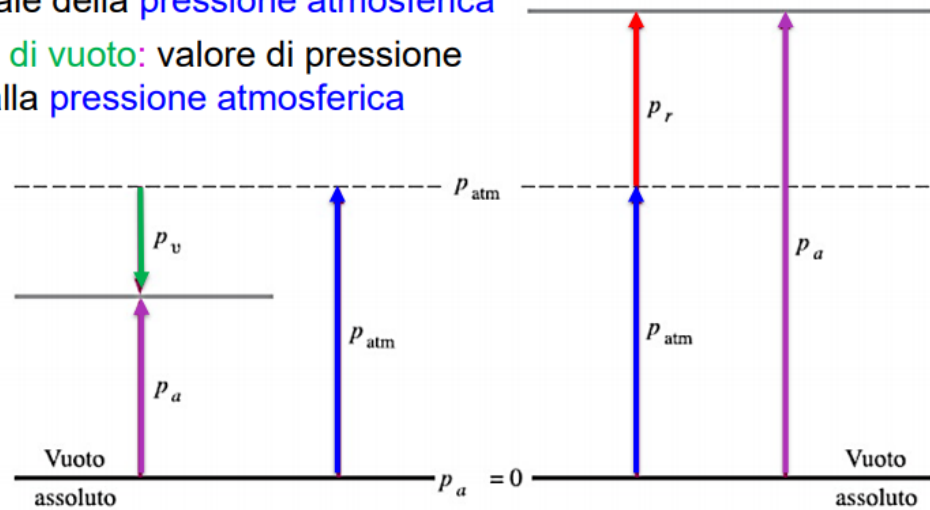
**Pressione esercitata su un punto**

$$p = \lim_{A \rightarrow A'} \left( \frac{F_n}{A} \right) \quad (\text{Pa})$$

La pressione può avere varie unità di misura, quella definita dal sistema internazionale sono i Pa (Pascal), tuttavia esistono anche:

- 1 bar =  $10^5$  Pa
- 1 atm = 101'325 Pa

- **Pressione assoluta**: valore di pressione riferito al vuoto assoluto (cui corrisponde il valore zero di pressione assoluta)
- **Pressione relativa (effettiva)**: differenza tra pressione assoluta e valore locale della **pressione atmosferica**
- **Pressione di vuoto**: valore di pressione inferiore alla **pressione atmosferica**



La pressione di vuoto è solo un caso particolare della pressione relativa, nel caso in cui quest'ultima sia negativa (e che quindi la pressione atmosferica sia maggiore di quella assoluta).

$$P_{assoluta} = P_{relativa} + P_{atm}$$

## Unità 3

L'energia esiste sotto diverse forme:

- Meccanica
- Cinetica
- Termica
- Potenziale
- Elettrica
- Magnetica
- Chimica
- Nucleare

La somma di tutti questi contributi costituisce l'energia totale  $E$  del sistema.

La termodinamica osserva solo le variazioni di energia totale.

Ci sono forme macroscopiche di energia che derivano dalla misurazione dell'energia rispetto all'ambiente esterno (come ad esempio l'energia cinetica o potenziale). O altrimenti forme microscopiche di energia che possono essere ricavate dalla struttura molecolare della materia in oggetto.

L'unità di misura è il joule:

$$1 J = 1 N * m = 1 kg * m^2 * s^{-2}$$

- Energia meccanica: forma di energia che può essere convertita completamente e direttamente in lavoro meccanico mediante un dispositivo meccanico.
- Energia cinetica: energia posseduta da un corpo di massa  $m$  che si muove alla velocità  $w$ .
- Energia potenziale (gravitazionale): energia posseduta da un corpo di massa  $m$  che si trova alla quota  $z$  ed è soggetto ad un campo gravitazionale di intensità  $g$ .

Natura dell'energia interna

- **Energia sensibile:** frazione dell'energia interna del sistema associata all'energia cinetica delle molecole.
- **Energia latente:** energia associata alle fasi costituenti il sistema.
- **Energia chimica:** energia associata ai legami atomici entro la molecola.
- **Energia nucleare:** energia associata ai legami forti all'interno del nucleo atomico.

Energia interna:

$$U \text{ (J)}$$

Energia interna specifica:

$$u = U / m \text{ (J / kg)}$$

Energia totale:

$$E = E_c + E_p + U = (1/2)mw^2 + mgz + U$$

Energia totale specifica:

$$e = E / m = e_c + e_p + u = (1/2)w^2 + gz + u$$

Variazione di energia totale:

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

## **Lavoro**

Si ha **un'interazione di tipo lavoro** quando l'unico effetto esterno dell'interazione può essere ricondotto alla variazione di energia potenziale di un grave in un campo gravitazionale uniforme.

Data una forza  $F$ , il lavoro compiuto da questa forza lungo una curva può essere calcolato come l'integrale di seconda specie della forza lungo la curva.

$$L = \int_a^b F ds$$

Genericamente il lavoro dipende sia dagli estremi della curva considerata, che dalla curva stessa.

Se  $L$  è maggiore di 0 allora il lavoro è compiuto dal sistema sull'ambiente. Se è minore di 0 allora il lavoro è compiuto dall'ambiente sul sistema.

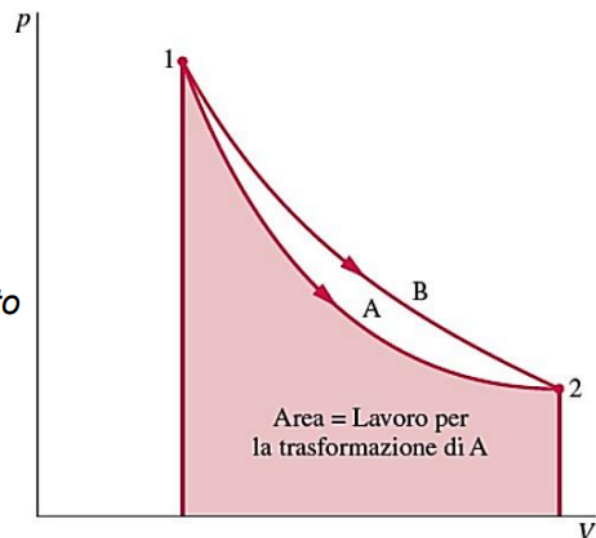
Se consideriamo il lavoro fatto da un pistone contenente un gas a seguito di una variazione di area, ciò che otteniamo è questo:

- Il lavoro dipende dal percorso

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

- Il lavoro non ha differenziale esatto

$$\delta L = p dV$$



La variazione di area implica una variazione di volume e trovare l'integrale di ciò (ovvero il lavoro) significa trovare l'area sottesa al grafico sopra. Come si può notare, se i percorsi da  $V_1$  a  $V_2$  sono differenti, l'area sottesa cambia per cui cambia anche il lavoro (non siamo in regime conservativo).

Nella termodinamica, noi studiamo le trasformazioni come successioni di stati di equilibrio. Nella pratica descriviamo con una curva una trasformazione ideale allo studio ma se vediamo ciò che succede in una situazione reale non sarà rappresentabile da una retta ma da una distribuzione di punti che possiamo interpolare e approssimare con una retta.

Se in un motore, ad esempio, si muove molto lentamente allora probabilmente il gas di quest'ultimo ha il tempo di tornare in equilibrio per quanto riguarda la sua temperatura o pressione. Se invece va molto veloce è improbabile che ci riesca.



Si **risolve questa situazione tramite dei rendimenti** che vanno a peggiorare il risultato ideale per avvicinarlo a quello reale.

L'approssimazione a quasi-statico, ovvero alternarsi di stati di equilibrio, nei processi che vedremo noi è quasi sempre ragionevole (facciamo minimali errori rispetto al caso reale).

## **Potenza**

$$P = dL / dt (W)$$

$$1W = 1J * s^{-1} = 1kg * m^2 * s^{-3}$$

## **Calore**

Si ha un'interazione di tipo calore quando gli effetti esterni dell'interazione non possono essere ricondotti unicamente alla variazione di energia potenziale di un grave in un campo gravitazionale uniforme.

L'energia è identificata come calore solo quando attraversa il contorno del sistema.

Sistema adiabatico: sistema che non consente interazioni di tipo calore.

Processo adiabatico: processo che comporta la trasformazione da uno stato del sistema ad un altro senza scambi di calore con l'ambiente circostante.

$Q > 0$ : calore ricevuto dal sistema

$Q < 0$ : calore ceduto dal sistema

Calore "specifico" (calore scambiato per unità di massa)

$$q = Q / m (J / kg)$$

Potenza termica

Quantità di calore scambiata nell'unità di tempo.

$$Q = dQ / dt (W)$$

## Principi della termodinamica

### **Primo principio**

L'energia non può essere né creata né distrutta. Nel corso di una trasformazione l'energia può solo cambiare di forma.

Sistema isolato: sistema che non interagisce con l'ambiente (non scambia né calore né lavoro).

In base al primo principio, l'energia totale di un sistema isolato non varia.

Quindi la variazione netta (aumento o diminuzione) dell'energia di un sistema è uguale alla differenza tra energia entrante ed energia uscente.

Un sistema chiuso interagisce con l'esterno solo tramite interazioni di tipo lavoro e calore. Quindi si ha che:

$$Q - L_{ciclo} = \Delta E$$

In un processo ciclico, un processo che riporta il sistema allo stato iniziale, la variazione dell'energia è nulla (l'energia iniziale è uguale a quella finale).

Di conseguenza si ha che:

$$Q - L_{ciclo} = \Delta E = 0$$

### **Cicli diretti**

Processi ciclici nei quali il sistema fornisce lavoro esterno utilizzando l'energia termica.

$$L_{ciclo} = Q_e - |Q_u|$$

Si può andare ad identificare un parametro chiamato rendimento:

$$\eta = \frac{L_{ciclo}}{Q_e} = (Q_e - |Q_u|) / Q_e = 1 - |Q_u| / Q_e$$

Questo parametro determina l'efficienza del ciclo.

### **Cicli inversi**

Cicli nei quali il sistema trasferisce energia termica ad un sistema a temperatura superiore utilizzando lavoro esterno.

$$L_{ciclo} = |Q_u| - Q_e$$

### **Cicli frigoriferi**

(se sono interessato all'abbassamento di temperatura)

Coefficiente di prestazione

$$\beta = Q_e / |L_{ciclo}| = Q_e / (|Q_u| - Q_e)$$

### **Cicli a pompa di calore**

(se sono interessato all'aumento di temperatura)

$$\beta = Q_u / |L_{ciclo}| = Q_u / (|Q_u| - Q_e)$$

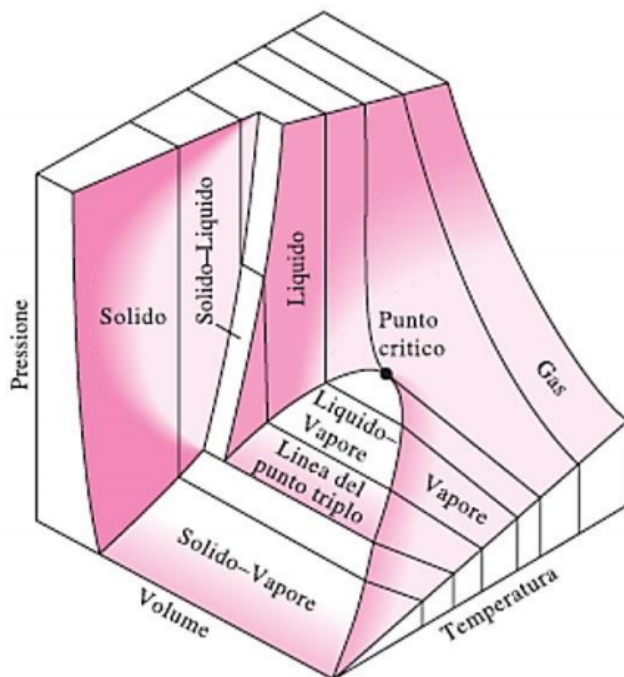
## **Unità 4**

**Sistema semplice comprimibile (SSC)** costituito da una sostanza con composizione chimica omogenea e invariante (sostanza pura). Si vogliono esaminare le proprietà del sistema (variabili p, v, T) in uno stato di equilibrio.

Per SSC costituiti da sostanze pure in condizioni di equilibrio termodinamico il numero di proprietà intensive indipendenti (anche detto varianza) è legato al numero di fasi fisiche presenti nel sistema:

$$N_v = 3 - N_f$$

## Diagramma p-v-T



Sulla base di questo diagramma si possono identificare più zone:

- Zona monofase: solido, liquido, vapore-gas. 1 sola fase, e per la relazione descritta sopra questo implica avere 2 proprietà indipendenti (come ad esempio  $p$  e  $T$ ).
- Zona bifase: solido-vapore, liquido-vapore, solido-liquido. 2 fasi, quindi 1 proprietà indipendente (come ad esempio  $T$  e  $p = p(T)$ ).
- Linea di punto triplo: linea di contemporanea presenza delle tre fasi e di conseguenza nessuna proprietà indipendente ( $p$  e  $T$  costanti).

Il **punto critico** segna la temperatura e pressione massime di equilibrio di una sostanza in fase liquido-vapore.

L'energia interna (U) è particolarmente rilevante per lo studio dei sistemi chiusi ed è data dalla somma dell'energia sensibile, latente, chimica, nucleare.

L'entalpia è particolarmente rilevante per lo studio dei sistemi aperti ed è data dalla somma dell'energia interna e dall'energia "di pulsione" (pressione p e volume V).

$$H = U + pV$$

Il calore specifico è la quantità di calore necessaria per innalzare di 1°C la temperatura dell'unità di massa.

$$c = \frac{\delta q}{dT}$$

Come trovare il calore specifico dipende dal processo.

$$c_v = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v$$

Processo a volume costante: si calcola tramite la derivata dell'energia interna rispetto alla temperatura calcolata nel volume dato.

$$c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p$$

Processo a pressione costante: si calcola tramite la derivata dell'entalpia rispetto alla temperatura calcolata nella pressione data.

**Considereremo liquidi e solidi come sostanze incompressibili** ovvero che il volume rimane costante a fronte di pressioni anche molto alte. Si hanno quindi le seguenti proprietà:

- Il volume specifico e la densità (l'inverso) sono costanti.
- L'energia interna è funzione solo della temperatura.

Quindi per un qualsiasi processo, il calore specifico è unico ed espresso come  $c(T) = c_p(T) = c_v(T)$ .

Per le sostanze incompressibili, abbiamo ricavato la seguente relazione:

$$\Delta H \approx \Delta U = m \cdot c(T_{media}) \cdot \Delta T$$

*Esempio riscaldamento dell'acqua in un boiler*

Il modello di sostanza incompressibile non è applicabile per i gas perché una variazione di pressione comporta una variazione del volume. Pertanto volume specifico e densità non sono costanti e dipendono dalle caratteristiche del sistema.

I gas sono considerati **gas perfetti (o ideali)**, quando seguono l'equazione dei gas perfetti, ovvero:

$$pV = nR_u T \Leftrightarrow pV = mRT \Leftrightarrow pv = RT$$

Nei gas perfetti l'energia interna è funzione solamente della temperatura, e quindi:

$$u = u(T) \Rightarrow h = u + pv = u(T) + RT = h(T)$$

**Legge di Boyle per i gas:** al tendere a zero della pressione di prodotto pressione-volume molare tende ad un valore indipendente dalla natura del gas e dipendente dalla sola temperatura.

Costante universale per i gas

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p\bar{v}}{T} = \bar{R} = 8.314 \quad \text{kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

Tuttavia non tutti i gas sono ideali, per questi ultimi è necessario introdurre un valore di comprimibilità (Z) che per gli ideali è 1, per quelli reali è molto minore di 1.

Il **calore specifico** nei gas perfetti può essere calcolato nel seguente modo:

$$c_v = du / dT$$

$$c_p = du / dT$$

Utilizzando l'ipotesi di calore specifico costante (calcolato in  $T_{media}$ , ad esempio) si possono trovare le variazioni di energia interna e entalpia nel seguente modo:

$$u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

Il **calore latente** è il calore da fornire o sottrarre all'unità di massa di una data sostanza per far sì che avvenga una completa transizione di fase.

$$Q = m \cdot q$$

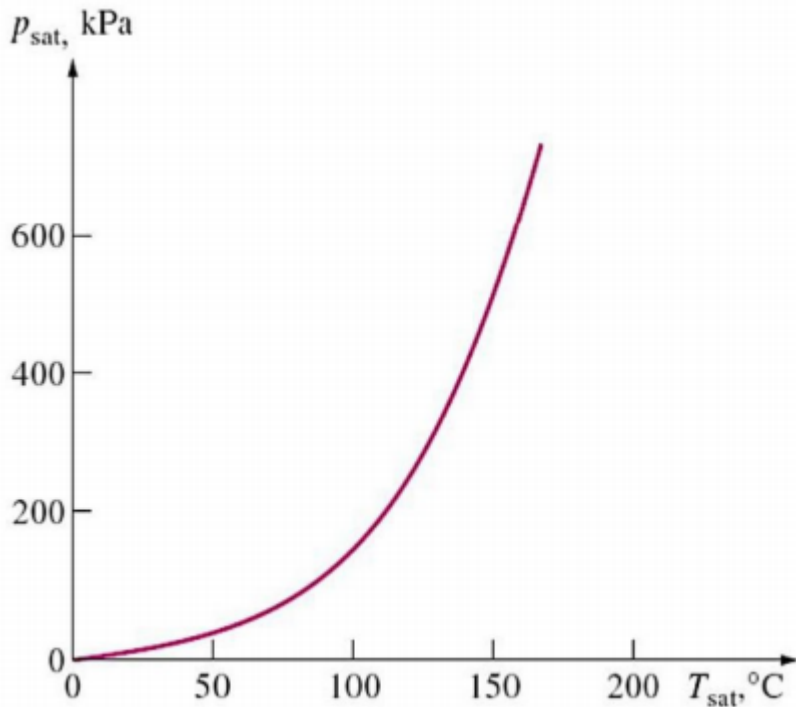
ove:

- Q è il calore totale da fornire all'unità di massa.
- m è l'unità di massa.
- q è il calore latente.

La temperatura a cui avviene il cambiamento di fase dipende dalla pressione.

In un processo di vaporizzazione il fluido si dice in saturazione se si trova a pressione e temperatura di saturazione.

Il legame temperatura-pressione in un fluido è una curva quasi esponenziale.



## Unità 5

Sistema aperto (SA) o volume di controllo (VC) è una regione di spazio delimitata da un contorno aperto.

Sistema aperto a flusso stazionario: SA dove nessuna proprietà cambia dentro il sistema e al contorno, l'energia meccanica e termica scambiate al contorno del SA sono costanti nel tempo.

Sistema aperto a flusso stazionario a due correnti: SA a flusso stazionario con una sola entrata ed una sola uscita.

Bilancio della portata massica del SA: variazione del contenuto in massa nel SA nell'unità di tempo, ovvero la portata di massa entrante al tempo  $t$  meno la portata di massa uscente al tempo  $t$ .

$$dm_{VC} / dt = m_i - m_u$$



Portata in volume (o volumetrica) attraverso A (m<sup>3</sup> / s):

$$\dot{V} = \int_A \vec{w} \cdot \vec{n} dA$$

Dove  $w$  è il vettore velocità del fluido.

Portata in massa (o massica) attraverso A (kg / s):

$$\dot{m} = \int_A \rho (\vec{w} \cdot \vec{n}) dA$$

Velocità media attraverso A:

$$W = \frac{\int_A (\vec{w} \cdot \vec{n}) dA}{A} = \frac{\dot{V}}{A}$$

Per densità costante ( $\rho = \text{cost}$ ), la massa può essere ricavata in questo modo:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho W A$$

In caso di flusso unidirezionale (tubazioni, condotti aeraulici, ecc.) si utilizza la velocità media  $W$  [m/s] sulla sezione di passaggio, di area  $A$  [m<sup>2</sup>]:

$$W = \frac{1}{A} \int_A w dA \quad [\text{m/s}]$$

$$\dot{V} = A W$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho A W$$

Se abbiamo più ingressi e più uscite, allora per un processo qualunque varrà:

$$\sum \dot{m}_i - \sum \dot{m}_u = \frac{dm_{SA}}{dt}$$

Per un processo a flusso stazionario (in regime stazionario), vale la seguente relazione:

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_u$$

Di conseguenza, questo implica che non ci sia variazione della massa del SA nel tempo ( $dm_{VC} / dt = 0$ ).

Se vogliamo fare un bilancio di energia per il SA...

Energia contenuta nel VC:

$$E_{VC} = \int_{V_{VC}} \rho e dV$$

Dove  $e$  è l'energia specifica del fluido (energia per unità di massa). Supponendo che sia costante per ogni punto del volume di controllo.

Flusso di energia attraverso la sezione A:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \int_A \rho e (\vec{w} \cdot \vec{n}) dA = \\ &= \int_A \rho \left( u + \frac{w^2}{2} + gz \right) (\vec{w} \cdot \vec{n}) dA = \\ &= \dot{m} \left( u + \frac{w^2}{2} + gz \right) \end{aligned}$$

Abbiamo già visto, qualche unità fa, che l'energia specifica può essere interpretata come una somma dell'energia interna e dell'energia esterna specifica. L'energia interna la lasciamo scritta come  $u$  mentre per energia esterna ci riferiamo alla somma di energia cinetica ed energia potenziale (gravitazionale).

Lavoro di introduzione o estrazione alla sezione A:

$$\delta L_{(i/u)} = pA dx$$

Mentre la potenza sarà:

$$\dot{L}_{(i/u)} = \frac{\delta L_{(i/u)}}{dt} = pA \frac{dx}{dt} = pAW$$

Lavoro/potenza utile per un VC:

$$\delta L = \delta L_{VC} - p_i A_i dx_i + p_u A_u dx_u$$

$$\dot{L} = \dot{L}_{VC} - \dot{L}_i + \dot{L}_u = \dot{L}_{VC} - p_i A_i W_i + p_u A_u W_u \equiv \dot{L}_{VC} - \dot{m}_i (p_i v_i) + \dot{m}_u (p_u v_u)$$

$$AW = \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \dot{m}v$$

Il flusso effettivo di energia attraverso la sezione A è espresso come la somma dell'energia trasportata dal fluido e del lavoro di estrazione/introduzione:

$$\dot{E}_{eff} = \dot{m} \left( u + \frac{W^2}{2} + gz \right) + \dot{m}pv \equiv \dot{m} \left( h + \frac{W^2}{2} + gz \right)$$

Quindi per SA possiamo estendere la relazione che avevamo trovato qualche unità fa a questo:

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \sum \dot{m}_u \left( h_u + \frac{W_u^2}{2} + gz_u \right) - \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{W_i^2}{2} + gz_i \right) + \frac{dE_{VC}}{dt} \quad [W]$$

Per i SA a flusso stazionario sappiamo che ( $dm/dt = 0$ , quindi  $dE/dt = 0$ ):

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \sum \dot{m}_u \left( h_u + \frac{W_u^2}{2} + gz_u \right) - \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{W_i^2}{2} + gz_i \right)$$

Per SA a flusso stazionario a due sole correnti:

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \dot{m} \left[ h_u - h_i + \frac{W_u^2 - W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) \right]$$

Analisi in regime stazionario

Regime stazionario: le proprietà e la velocità in ciascun punto del VC restano costanti nel tempo.

Bilancio di massa stazionario per un sistema a molteplici correnti:

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{m}_u$$

Bilancio di energia stazionario per un sistema a molteplici correnti:

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \sum_u \dot{m}_u \left( h_u + \frac{W_u^2}{2} + gz_u \right) - \sum_i \dot{m}_i \left( h_i + \frac{W_i^2}{2} + gz_i \right)$$

Bilancio di massa stazionario per un SA a due correnti:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_u = \dot{m}$$

Bilancio di energia stazionario per un SA a due correnti:

$$\left( h_u + \frac{W_u^2}{2} + gz_u \right) - \left( h_i + \frac{W_i^2}{2} + gz_i \right) = \frac{\dot{Q}_{VC}}{\dot{m}} - \frac{\dot{L}_{VC}}{\dot{m}} = q_{VC} - l_{VC}$$

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \dot{m} \left[ h_u - h_i + \frac{W_u^2 - W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) \right]$$

Per sostanze incompressibili o gas ideali:

$$\Delta h \equiv h_u - h_i = c_p (T_u - T_i)$$

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \dot{m} \left[ c_p (T_u - T_i) + \frac{W_u^2 - W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) \right]$$

Processi a flusso stazionario ad una corrente di sostanze incompressibili o gas ideali con variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili rispetto alle variazioni di entalpia.

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{L}_{VC} = \dot{m} c_p (T_u - T_i)$$

*Esempi...*

## Unità 6

Sono osservabili un gran numero di processi termodinamici naturali che, in base all'esperienza, non possono essere ripercorsi in senso inverso. Esiste una direzione spontanea secondo cui i processi termodinamici avvengono.

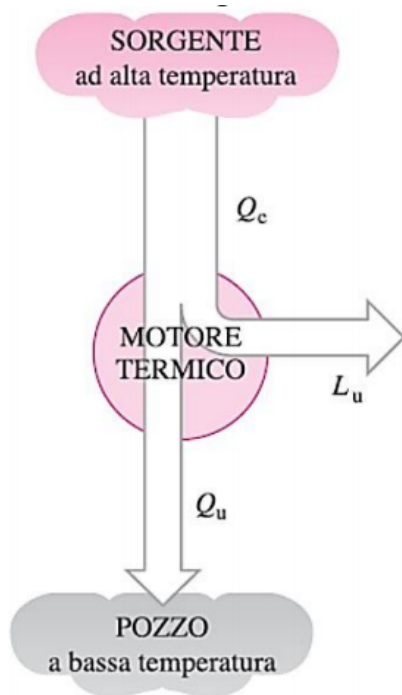
Il secondo principio della termodinamica codifica questa osservazione sperimentale.

### **Sorgente termica = serbatoio termico = pozzo termico**

Sistema ideale in grado di scambiare quantità infinite di energia sotto forma calore senza modificare la propria temperatura.

### **Motore termico**

Sistema ciclico in grado di produrre lavoro scambiando energia termica con altri sistemi.



**Motori termici:** ricevono calore da una sorgente termica, trasformano parte del calore ricevuto in lavoro e cedono il calore rimanente ad un pozzo termico a temperatura inferiore. Lavorano utilizzando un fluido (fluido evolvente) e funzionano secondo un ciclo.

### Enunciato secondo Kelvin-Planck

E' impossibile che un motore termico eroghi un lavoro netto (positivo) scambiando calore con una sola sorgente termica.

**Macchine frigorifere:** prelevano calore da un serbatoio (o ambiente) freddo (effetto utile), assorbono lavoro netto e cedono il calore ad un serbatoio caldo. Lavorano utilizzando un fluido (fluido evolvente) e funzionano anch'essi secondo un ciclo.

**Pompe di calore:** prelevano calore da un serbatoio (o ambiente) freddo, assorbono lavoro netto e cedono il calore ad un serbatoio caldo (effetto utile). Lavorano utilizzando un fluido (fluido evolvente) e funzionano anch'essi secondo un ciclo.

### Enunciato secondo Clausius

E' impossibile che l'unico risultato di un processo eseguito da una macchina con funzionamento ciclico sia il trasferimento di energia da una sorgente

termica a temperatura inferiore a un serbatoio termico a temperatura superiore.

**(I due enunciati sono equivalenti)**

Processo reversibile:

Processo di un sistema A al termine del quale è possibile riportare allo stato iniziale sia il sistema A che il suo ambiente.

Processo irreversibile:

Processo di un sistema A al termine del quale non è possibile riportare allo stato iniziale sia il sistema A che il suo ambiente.

I processi reali sono irreversibili.

Processo internamente reversibile:

Le irreversibilità si immaginano presenti solo nell'ambiente di A.

Processo esternamente reversibile:

Le irreversibilità si immaginano presenti solo entro il sistema A e l'ambiente opera in modo reversibile.

Per il secondo enunciato della TD (più esplicito in quello di Kelvin-Planck), è impossibile che un motore termico eroghi lavoro scambiando calore con una sola sorgente termica. Questo implica che è impossibile che un motore termico abbia rendimento del 100%. Un MT deve sempre scambiare calore sia con la sorgente che con il pozzo.

Rendimento:

effetto utile netto / risorse totali spese

Rendimento di un motore termico:

energia meccanica netta ottenuta / energia termica fornita

$$\eta_t = \frac{L}{Q_e} = \frac{Q_e - |Q_u|}{Q_e} \equiv 1 - \frac{|Q_u|}{Q_e} \quad 0 \leq \eta_t < 1$$

**Corollari di Carnot**

1. Il rendimento termico di un ciclo irreversibile è sempre inferiore al rendimento termico di un ciclo reversibile operante tra i due stessi serbatoi termici.
2. Tutti i cicli diretti reversibili operanti tra i due stessi serbatoi termici hanno lo stesso rendimento termico.

Le macchine frigorifere o le pompe di calore sono macchine che funzionano con un processo ciclico inverso.

Le macchine frigorifere sottraggono calore ad un serbatoio termico a bassa temperatura. Le pompe termiche forniscono calore ad un serbatoio termico ad alta temperatura.

### **Coefficiente di prestazione di macchina frigorifera (COP)**

Rapporto tra quantità di calore sottratta al serbatoio a bassa temperatura ( $Q_F$ ) e lavoro netto.

$$\beta = \frac{Q_F}{|L_{ciclo}|} = \frac{Q_F}{|Q_C| - Q_F}$$

### **Coefficiente di prestazione di pompa di calore (COP)**

Rapporto di quantità di calore ceduta al serbatoio termico ad alta temperatura e lavoro netto assorbito dalla macchina.

$$\gamma = \frac{|Q_C|}{|L_{ciclo}|} = \frac{|Q_C|}{|Q_C| - Q_F}$$

Per la medesima coppia di serbatoi, si ha:

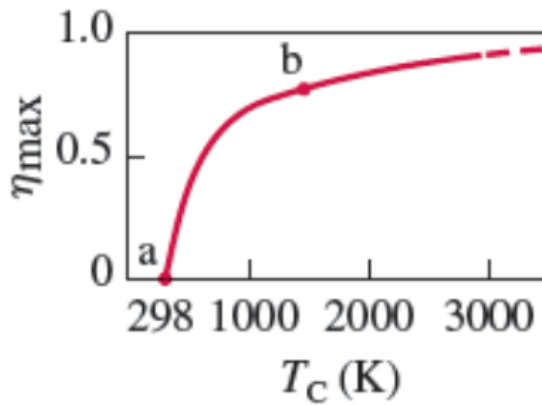
$$\gamma = 1 - \beta$$

*Dai corollari di Carnot: il rapporto tra le quantità di calore scambiate in un ciclo reversibile tra due serbatoi termici dipende solo dalle temperature dei serbatoi stessi.*

*Questo consente di definire una scala di temperatura indipendente dalle proprietà dei corpi termometrici (Scala Termodinamica o Scala Kelvin)*



$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$



**Esempio**

Rendimento di Carnot  
rispetto a  $T_C$  ( $T_F = 298$  K)

Cicli frigoriferi e pompe di calore

Coefficiente di prestazione massimo di ciclo frigorifero  
(ciclo di Carnot inverso)

$$\beta_{\max} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

Coefficiente di prestazione massimo di ciclo a pompa di calore  
(ciclo di Carnot inverso)

$$\gamma_{\max} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

## Unità 7

Il nome commerciale freon identifica una famiglia di composti chimici inizialmente derivanti dal metano e dall'etano per la sostituzione degli atomi di idrogeno con atomi di alogeni. I composti contenenti il cloro tuttavia sono stati banditi dal protocollo di Montreal del 1990, eccetto negli usi per cui non sono disponibili gas sostitutivi.

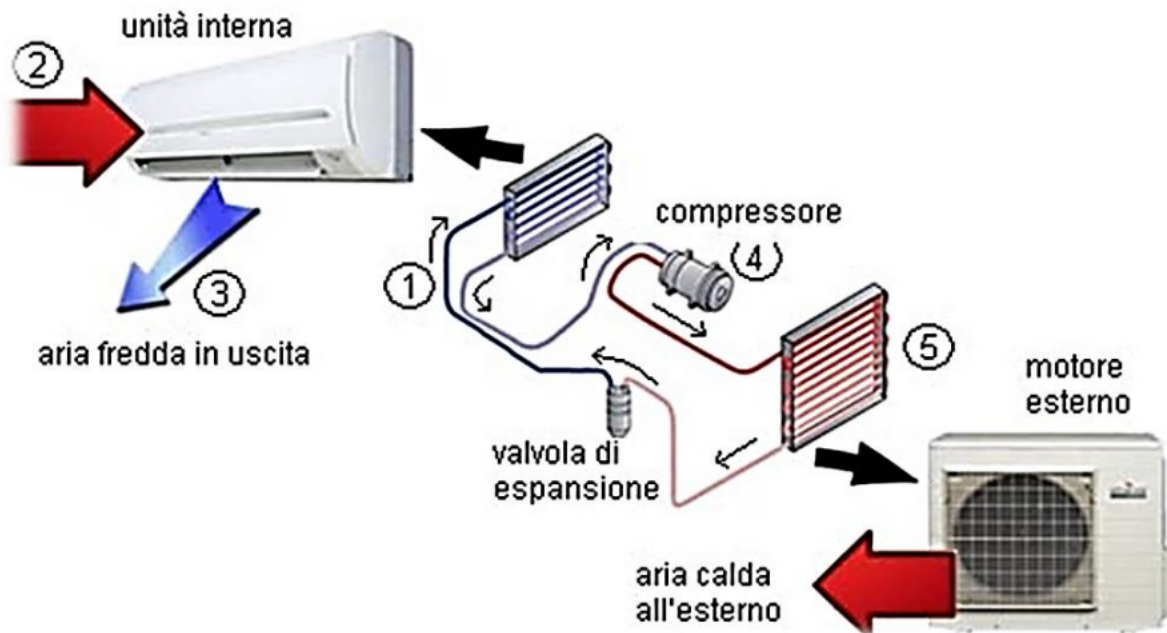
**CFC (clorofluorocarburi):** non presentano alcun atomo di idrogeno e non sono più utilizzati a causa della loro dannosità per lo strato di ozono stratosferico (dannosità dovuta esclusivamente al cloro).

**HCFC (idroclofluorocarburi):** rispetto ai CFC presentano idrogeno e meno cloro. Sono dunque meno pericolosi per lo strato di ozono. Sono comunque più tossici rispetto ai CFC.

**HFC (idrofluorocarburi):** sono totalmente privi di cloro e quindi non presentano un problema per lo strato di ozono, tuttavia contribuiscono all'effetto serra.

Sono utilizzati come fluidi frigoriferi anche l'**acqua (H<sub>2</sub>O)** o l'**anidride carbonica (CO<sub>2</sub>)**.

**Macchina frigorifera**



Il **compressore (4)** comprime il fluido refrigerante che si porta ad alta pressione e quindi ad alta temperatura. Il **condensatore (5)** sottrae calore al refrigerante caldo, che condensa. La **valvola di laminazione** (o di espansione) provoca la riduzione della pressione del refrigerante, il quale evapora e diventa molto freddo. L'**evaporatore (1)** fornisce calore al refrigerante freddo, che evapora, sottraendo così calore al fluido esterno (aria, acqua) in contatto con l'evaporatore.

La fase frigorifera (**macchina frigorifera**) è data dall'evaporazione del refrigerante, mentre la fase di riscaldamento (**pompa di calore**) è data dalla condensazione. L'energia esterna è fornita dal lavoro del compressore.

La valvola di laminazione ripristina la sezione di passaggio del fluido. Maggior parte dell'energia cinetica (portata dal fluido) viene dissipata in attriti viscosi che portano alla formazione di calore. Questo calore viene assorbito dal freon stesso che evapora parzialmente, trasformandosi in semiliquido.

E' solitamente termostatica (TXV) ed composta da: un orificio di regolazione per regolare la portata del liquido in uscita verso l'evaporatore e da un bulbo sensore, che è inserito in serie con il flusso in uscita dall'evaporatore ed è in grado di regolare dinamicamente la portata.

Un altro tipo di valvola, meno usata per via della complessità, è quella elettrica o EXV.

## Efficienza

$$COP_F = Q_F / (|Q_C| - Q_F) = Q_F / L_{compr}$$

$$COP_C = Q_C / (|Q_C| - Q_F) = (Q_F + |L_{compr}|) / |L_{compr}| = 1 + Q_F / |L_{compr}|$$

Nel funzionamento a pompa di calore si ha anche il contributo dell'energia meccanica impiegata dal compressore.

Nei casi reali l'efficienza è dipendente dalle batterie di scambio del condensatore ed evaporatore.

### Macchine frigorifere EER/SEER

Per macchine frigorifere elettriche, in termini di efficienza, si utilizza il parametro EER (Energy Efficiency Ratio):

$$EER = \text{Potenza frigorifera} / \text{Potenza elettrica assorbita}$$

L'EER è dichiarato in relazione a temperature e umidità di riferimento specificate. Tipicamente è dichiarato a  $T_c=35^\circ\text{C}$   $T_f=27^\circ\text{C}$ .  $T_{f,bulbo}$  umido= $19^\circ\text{C}$  (umidità relativa  $\varphi_F \approx 63\%$ ).

Il SEER (Seasonal Energy Efficiency Ratio) è dato dal rapporto tra l'effetto frigorifero utile e l'energia elettrica che la macchina assorbe su base stagionale (variando l'EER in funzione delle condizioni metereologiche e carico di lavoro e facendone una media pesata).

La potenza elettrica assorbita da una macchina frigorifera data una potenza frigorifera  $Q_F$  in condizioni tali per cui l'EER è noto è pari a:

$$P_{el} = \frac{\dot{Q}_F}{EER}$$

L'energia elettrica assorbita in condizioni operative stabili e a EER noto (anch'esso costante) è pari a:

$$E_{el} = \int_{\Delta t} \frac{\dot{Q}_F}{EER} dt \cong \frac{\dot{Q}_F \Delta t}{EER}$$

## COP e SCOP

Per una macchina elettrica in regime invernale, in modalità pompa di calore, si definisce il parametro COP (Coefficient Of Performance), dato dal rapporto tra effetto riscaldante utile, ovvero la potenza termica erogata dalla macchina, e la potenza elettrica assorbita nell'unità di tempo.

$$COP = \text{Potenza termica} / \text{Potenza elettrica assorbita}$$

Lo SCOP (Seasonal Coefficient Of Performance) è dato dal rapporto tra l'effetto riscaldante utile, cioè l'energia termica erogata e l'energia elettrica che la macchina assorbe su base stagionale, considerando il variare del COP in funzione delle condizioni meteorologiche e del carico di lavoro e calcolandone una media pesata.

Il coefficiente di prestazione di una macchina frigorifera operante tra due serbatoi a temperature assolute  $T_F$  e  $T_C$  ha un limite superiore dato dalle relazioni:

$$COP_F \approx \eta_{compressore} \cdot \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

$$COP_{PdC} \approx \eta_{compressore} \cdot \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

## Entropia

L'entropia è lo stato di disordine del sistema. I sistemi evolvono naturalmente verso un aumento dell'entropia. L'entropia è una proprietà di stato, e la sua variazione tra due stati è definita come:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{internamente reversibile}} \quad (\text{J/K})$$

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{internamente reversibile}}$$

E' una proprietà estensiva (ovvero dipende dalla dimensione del sistema).

Entropia specifica (per unità di massa):

$$s = \frac{S}{m} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

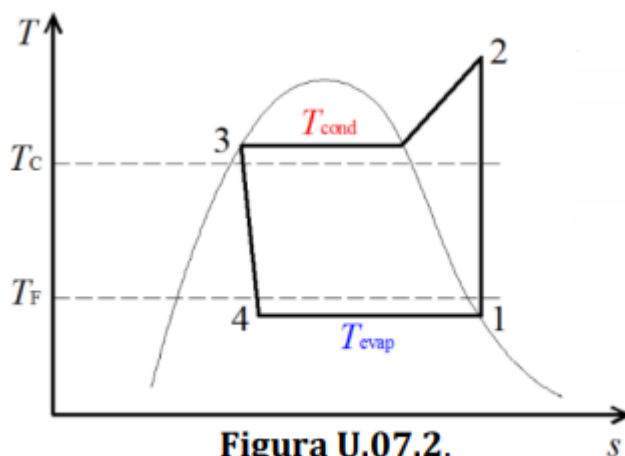
Valutazione dell'entropia

Per valutare l'entropia del sistema A ad uno stato generico y, si fa nel seguente modo:

- Si assegna un valore arbitrario in corrispondenza di uno stato di riferimento x.
- Si calcola la variazione di entropia tra x e y in base alla definizione.

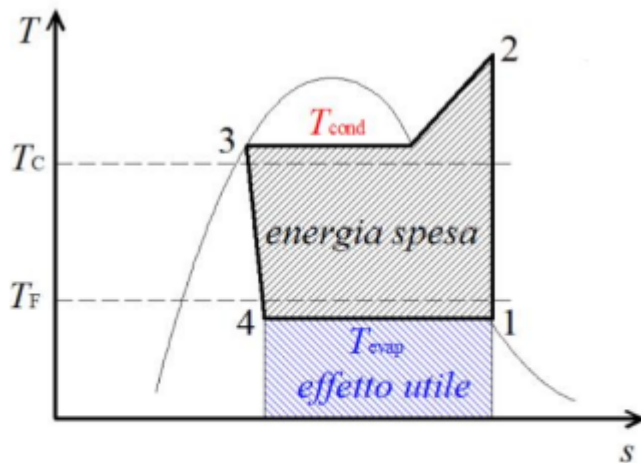
Quindi più che un valore assoluto di entropia, importa calcolare il valore della variazione tra due stati.

Diagramma temperatura-entropia macchina frigorifera



**Figura U.07.2.**

Diagramma temperatura-entropia



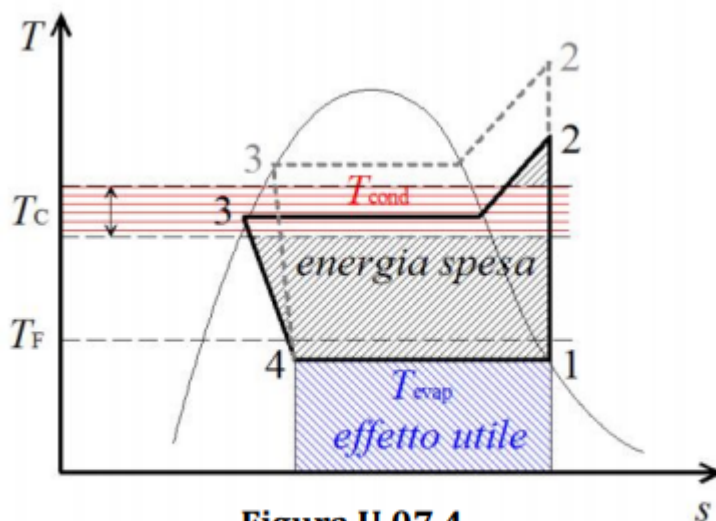
**Figura U.07.3.**

Diagramma temperatura-entropia

Per ottenere un COP<sub>F</sub> elevato e quindi un EER elevato, dovremmo massimizzare l'area di effetto utile e minimizzare quella di spesa energetica.

La temperatura dell'ambiente refrigerato solitamente è stabile mentre la temperatura del serbatoio esterno (quello dove andiamo a scaricare il calore) può essere variabile. In un sistema di condizionamento estivo, la temperatura esterna può spostarsi dai 25°C ai 40°C.

### Sistemi frigoriferi standard



**Figura U.07.4.**

Diagramma temperatura-entropia

Con una macchina frigorifera standard, si avrà sempre lo stesso consumo energetico anche nel caso in cui le condizioni esterne sarebbero più favorevoli per una minore spesa energetica.

## **Sistemi frigoriferi a inverter**

Un sistema frigorifero più efficiente è in grado di adattare la pressione del condensatore alla temperatura del pozzo termico caldo. Si utilizzano dei compressori ad inverter, che permettono di variare la potenza del compressore a seconda delle condizioni.

L'efficienza delle batterie di scambio del condensatore ed evaporatore è maggiore quando il fluido di scambio è in forma liquida, rispetto al caso di scambio tra gas.

**Impianti a espansione diretta**: così chiamati perché la camera nella quale viene fatto espandere il freon, e quindi l'evaporatore, è direttamente posizionata all'interno dell'ambiente che si vuole refrigerare.

Impianto monosplit (aria-aria): è un impianto adatto nel caso in cui si voglia disaccoppiare l'ambiente esterno con l'ambiente interno per evitare accumuli di sostanze esterne (come la polvere).

Impianti multisplit: usati in strutture di grandi dimensioni.

Impianto monoblocco: comprende un'unica unità di condensazione e un'unica unità di evaporazione. Hanno due fori, uno che prende l'aria dall'esterno l'altro che la espelle verso l'interno.

**Impianti idronici**: condensatore ed evaporatore sono in un'unica macchina (chiller) e c'è un circuito idraulico che fa circolare l'acqua (o una sua miscela) attraverso degli scambiatori di calore.

Impianto geotermico: c'è un tubo annegato in profondità nel terreno in cui passa l'acqua che viene riscaldata in inverno e raffreddata in estate assorbendo o cedendo calore col terreno. I costi tuttavia sono elevati perciò non sono molto diffusi.

Torre evaporativa:

Ventilconvettore: è uno scambiatore di calore acqua-aria nel quale l'aria viene fatta muovere da ventilatori a "gabbia di scoiattolo" verso lo scambiatore di calore. Internamente hanno un compressore a inverter molto poco rumoroso e preciso nel mantenimento della temperatura.



## **Impianti a espansione diretta vs impianti idronici**

In linea di principio si potrebbero utilizzare sistemi multisplit in cui si invia alle terminazioni direttamente il fluido frigorifero. Tuttavia, far percorrere al fluido circuiti complessi significa avere degli inconvenienti:

- A percorrere percorsi lunghi il fluido perde entalpia.
- Il compressore dovrebbe funzionare anche da pompa per vincere le perdite di carico lungo il percorso.
- Gli HFC sono dei fluidi atossici e non infiammabili, tuttavia se entrano in contatto diretto con la fiamma potrebbero causare incendi.
- Aumento del rischio di fuga del refrigerante e difficoltà nel rintracciare la fuga.
- L'olio del compressore rischia di venire disperso lungo il tragitto e si rischia che il compressore si impoverisca.

Gli inconvenienti dell'espansione diretta sono eliminati ricorrendo all'idronica:

- Il fluido frigorifero percorre un circuito molto compatto essendo all'interno di un unico dispositivo.
- Il compressore non deve pompare il refrigerante.
- Viene eliminato il pericolo di mancato ritorno dell'olio.
- Vengono eliminate al minimo le possibilità di fuga del refrigerante ed è facilitato il rintracciamento della perdita,

## **Raffreddamento dei data center**

Raffreddamento ad aria canalizzata: l'aria fredda viene distribuita sotto il pavimento e fatta salire da botole contro gli armadi da cui uscirà aria fredda e tenderà a spostarsi a causa dei cicli d'aria nella stanza verso i lati. L'aria viene aspirata da macchine frigorifere che la raffreddano e la riconducono sotto il pavimento.

Raffreddamento idronico indiretto: è presente un chiller messo in zona opportuna dal quale parte una linea d'acqua che va a raffreddare scambiatori di calore o anche direttamente attraverso la stessa acqua determinati blocchi isolati.

## Unità 14

Flussi interni: moti entro ambienti confinati da pareti solide. Il caso più importante è costituito dal moto entro condotti e sistemi di condotti.

Ripasso delle unità precedenti...

In generale un fluido si può considerare incomprimibile. Un gas invece si può considerare incomprimibile se:

$$M = \frac{W}{c}$$

Con M: numero di Mach

Con c: velocità del suono nel fluido

Per un processo stazionario reversibile di un fluido ideale (privo di effetti dissipativi irreversibili) e incomprimibile si può dimostrare che:

$$q - (u_u - u_i) = 0$$

da cui

$$\frac{W_u^2 - W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) + \frac{p_u - p_i}{\rho} + \ell = 0$$

Se non viene scambiato lavoro allora si ha:

$$\frac{W_u^2 - W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) + \frac{p_u - p_i}{\rho} = 0$$

$$\frac{W_u^2}{2} + gz_u + \frac{p_u}{\rho} = \frac{W_i^2}{2} + gz_i + \frac{p_i}{\rho}$$

Infine:

$$\frac{W^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} = \text{costante}$$

Ovvero l'**equazione di Bernoulli**

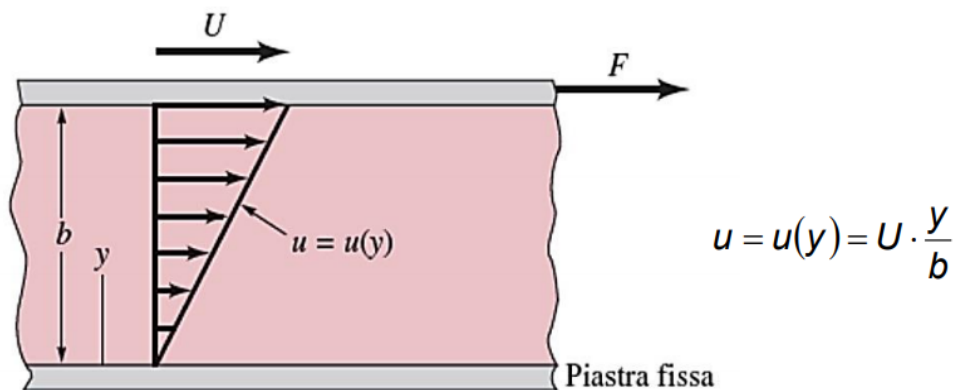
Per un liquido incompressibile reale dobbiamo tenere conto anche delle possibili perdite di carico che ci potrebbero essere tra ingresso del condotto e uscita dal condotto:

$$\frac{W_u^2 - W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) + \frac{p_u - p_i}{\rho} + \ell = -R$$

Idealmente  $R = 0$ , ma se nella realtà sarà sempre diverso da 0.

Viscosità

### Moto alla Couette



Dove:

- $b$  è la distanza tra le due piastre.
- $y$  è la distanza dalla piastra inferiore.
- $U$  velocità della piastra mobile sotto l'azione della forza  $F$ .
- $u$  velocità locale del fluido.

Se si seziona il condotto contenente il fluido con un piano, si osserva che il fluido al di sopra del piano di sezionamento esercita sul fluido sottostante una tensione tangenziale rapportata all'unità di superficie. Una tensione tangenziale uguale contraria verrà esercitata sul fluido al di sotto del piano di sezionamento, causata dal fluido sovrastante.

Si può ricavare una relazione tra lo sforzo tangenziale e il gradiente verticale di velocità:

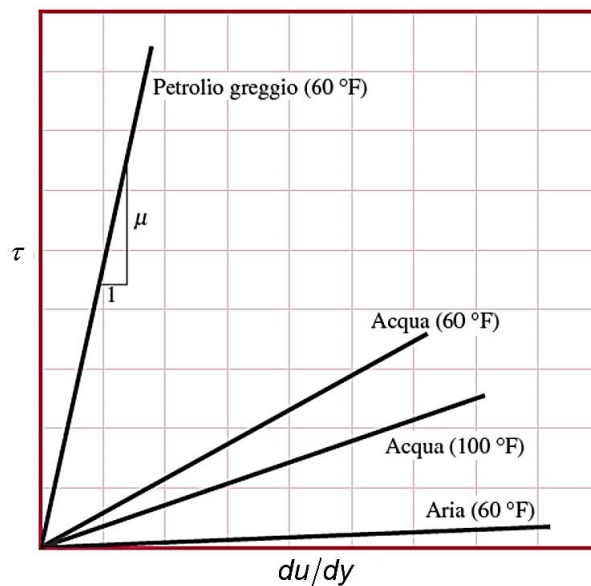
$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Dove  $\mu$  è un coefficiente di viscosità dinamica.

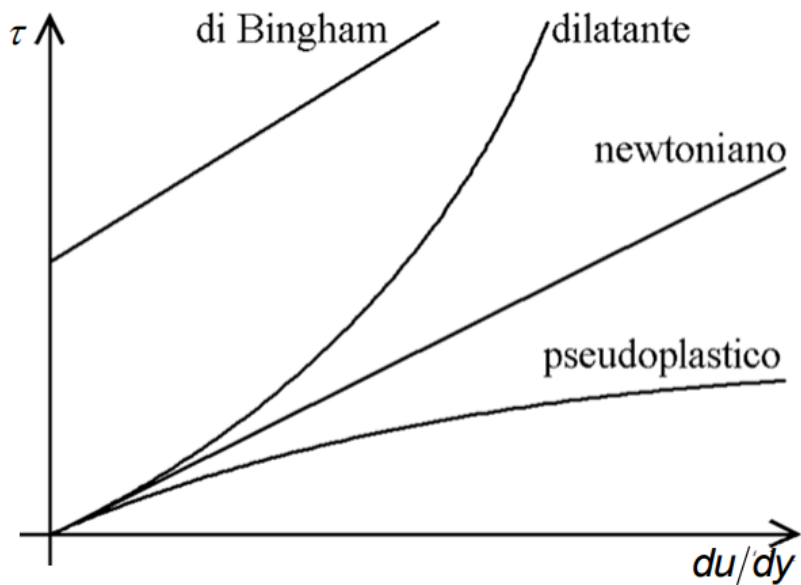
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$\nu$  invece è il coefficiente di viscosità cinematica.

Fluidi  
newtoniani



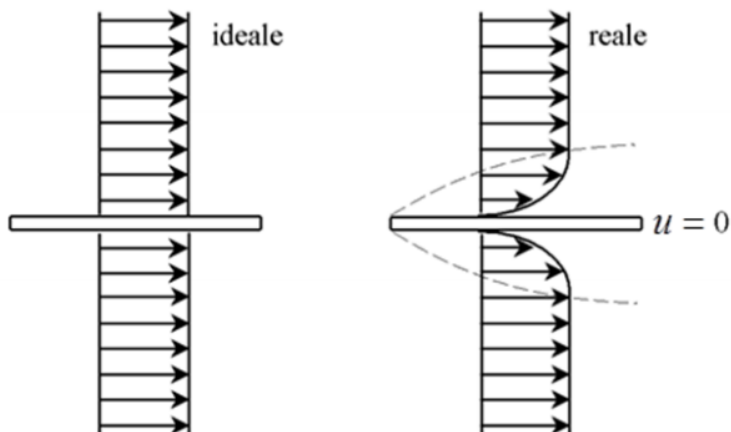
I fluidi che hanno coefficiente di viscosità dinamico costante e che quindi la loro forza tangenziale cresce linearmente rispetto al gradiente della velocità sono anche chiamati **fluidi newtoniani**.



**Fluido tissotropico:** la viscosità diminuisce dopo l'applicazione prolungata di uno sforzo di deformazione.

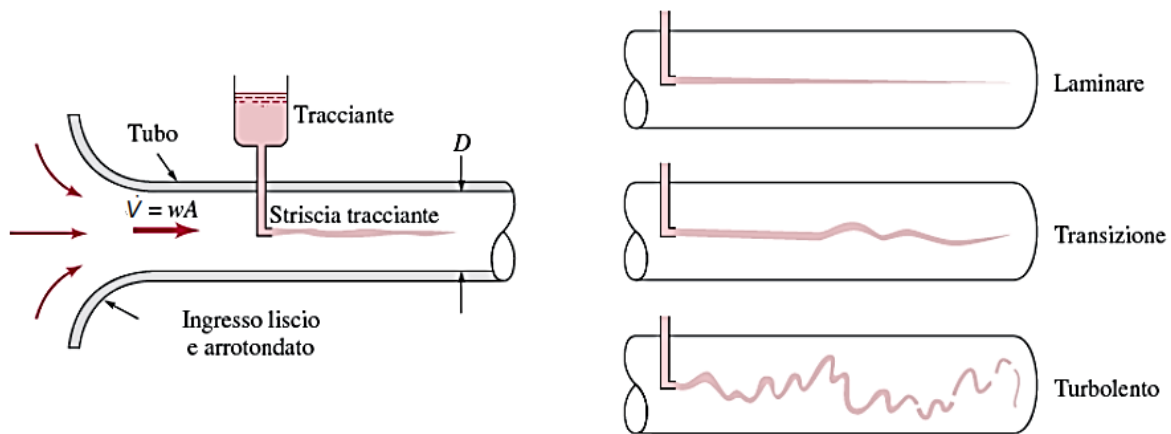
**Fluido reopectico:** ha l'effetto opposto del tissotropico.

**Fluido ideale (o perfetto):** fluido per cui si ammettono nulla la viscosità e nulli gli sforzi.



Flussi laminari e turbolenti

Esperienza di Reynolds



Reynolds fece una serie di esperimenti di visualizzazione utilizzando del colorante: al variare della velocità media, natura del liquido, diametro del condotto si analizzano le caratteristiche del regime di moto. Si distinguono:

- **Regime laminare:** per bassi valori di velocità media, il colorante forma un filetto ben distinto non miscelato.
- **Regime di transizione:** al di sopra di un valore di velocità media, il moto del colorante diviene oscillatorio.
- **Regime turbolento:** al di sopra di un secondo valore, il moto si disperde rapidamente nella vena fluida.

Questi valori limite sono diversi al variare del diametro e delle proprietà del fluido (densità e viscosità). Questi suoi risultati si possono generalizzare col **numero di Reynolds**:

$$Re = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{w D}{\nu}$$

Sulla base di questo numero si può ricavare in che regime si trova il fluido inserito:

**Regime laminare** ( $Re < 2000$ )

**Regime di transizione** ( $2000 < Re < 4000$ )

**Regime turbolento** ( $Re > 4000$ )

Nel moto turbolento il valore di velocità  $u$  fluttua attorno al valor medio locale istantaneo. Le fluttuazioni di velocità sono tridimensionali.

Un fluido appena entrato all'interno di un condotto assume un profilo uniforme, continuando all'interno del condotto arriverà ad assumere una forma invariante (profilo sviluppato).

La forma del profilo sviluppato e la lunghezza della regione di ingresso (dove il profilo del fluido è ancora pseudo uniforme), dipendono dal tipo di moto:

**Moto laminare:**

Profilo di velocità: **parabolico**

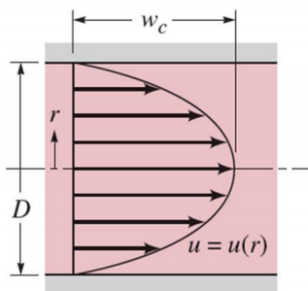
Lunghezza di ingresso dinamico  $x_{cs}$ :  $\frac{x_{cs}}{D} = 0.05 \cdot Re$

**Moto turbolento:**

Profilo di velocità: **uniforme al centro**

Lunghezza di ingresso dinamico  $x_{cs}$ :  $10 \leq \frac{x_{cs}}{D} \leq 60$

### Moto alla Poiseuille



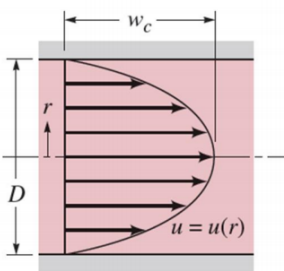
$$x \geq x_{cs} = 0.05 \cdot D \cdot Re$$

$w_c$  = velocità massima

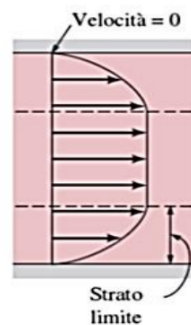
$w$  = velocità media

$$u(r) = w_c \left[ 1 - \left( \frac{r}{D/2} \right)^2 \right] = 2w \left[ 1 - \left( \frac{r}{D/2} \right)^2 \right]$$

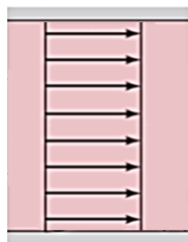
**moto laminare sviluppato**

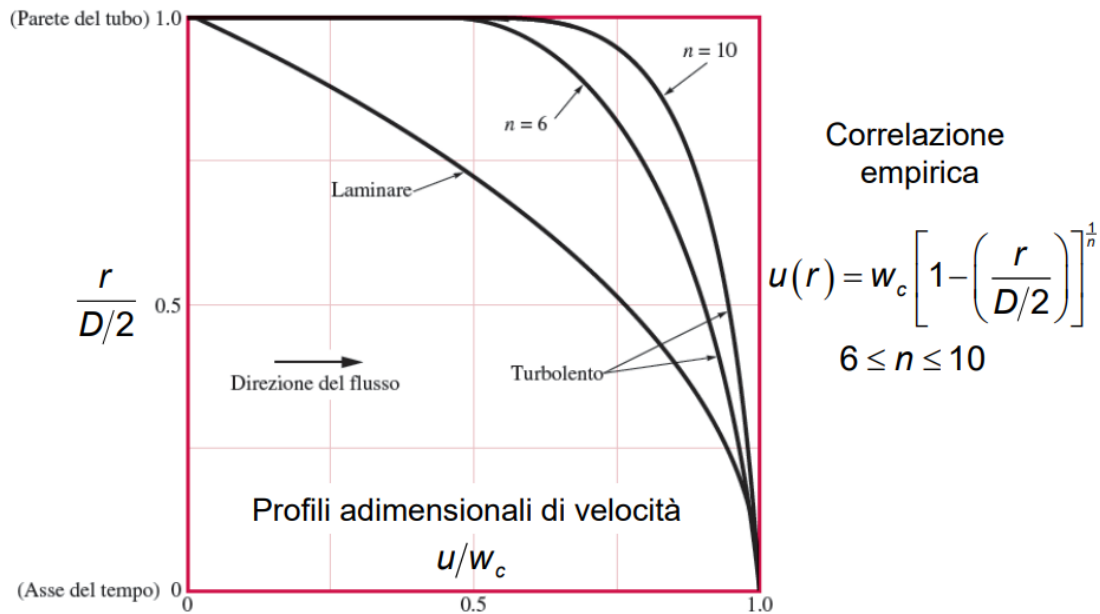


**moto turbolento**



**moto di fluido ideale**





Per tenere conto delle disuniformità reali per quanto riguarda la velocità per via dei motivi descritti sopra:

$$\frac{\alpha_u W_u^2 - \alpha_i W_i^2}{2} + g(z_u - z_i) + \frac{p_u - p_i}{\rho} + \ell = -R$$

Dove per il flusso attraverso una sezione circolare  $1 \leq a \leq 2$  e per il moto turbolento  $a \sim 1$ .

Per **macchine motrici** il lavoro scambiato ( $\ell$ ) è positivo ed è negativo per **macchine operatrici**.

Al lavoro scambiato da macchine operatrici (lavoro negativo) può anche essere associato un incremento di pressione  $\Delta p$ , ovvero una prevalenza  $H$ . Per un liquido prelevato da un serbatoio la prevalenza è equivalente alla massima quota rispetto al pelo libero del serbatoio alla quale il fluido può essere sollevato in un condotto verticale.

$$-\ell \equiv |\ell| = \frac{\Delta p}{\rho} = gH \quad (\text{J/kg}) \quad \Rightarrow \quad \Delta p = \rho |\ell| = \rho gH \quad (\text{Pa})$$

Le perdite di carico ( $R$ ) si distinguono in:



- Perdite distribuite  $R_D$ : perdite relative a tratti rettilinei a sezione uniforme.
- Perdite concentrate (localizzate, accidentali)  $R_C$ : perdite relative a variazioni di sezione o di direzione o altre deformazioni del condotto.

$$R = R_D + R_C$$

### Perdite distribuite

#### Equazione di Darcy-Weisbach

$$R_D = f \frac{L}{D} \frac{W^2}{2} \quad (\text{J/kg}) \quad \Leftrightarrow \quad \Delta p_D = \rho f \frac{L}{D} \frac{W^2}{2} \equiv \rho g \Delta h_D \quad (\text{Pa})$$

- $f$     fattore d'attrito (-)  
 $L$     lunghezza del tratto rettilineo considerato (m)  
 $D$     diametro interno del condotto (m)  
 $W$     velocità media (m/s)

Il fattore d'attrito  $f$  è funzione del numero di Reynolds e della scabrezza relativa:

$$f = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

$\text{Re}$     numero di Reynolds       $\text{Re} = \frac{WD}{\nu} \equiv \frac{\rho WD}{\mu} \equiv \frac{\rho \dot{V} D}{\mu A}$

$\varepsilon$     scabrezza assoluta = altezza media delle asperità superficiali (m)

Il fattore di attrito  $f$  si può determinare tramite formule empiriche o diagrammi

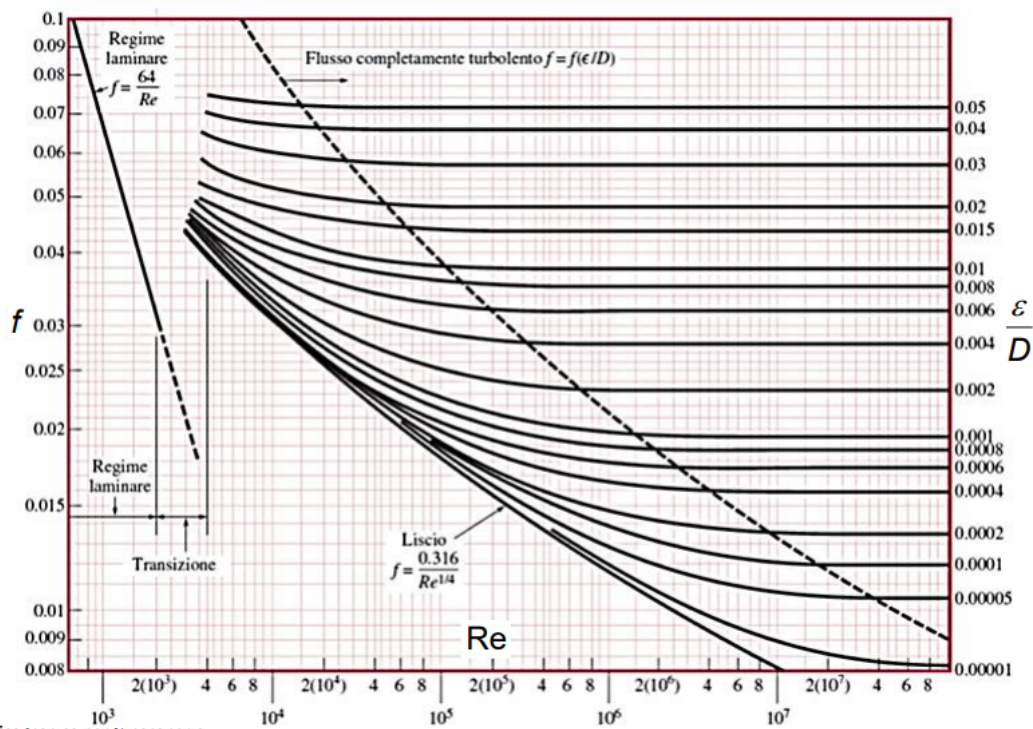
Formula per moto laminare ( $Re < 2000$ )

$$f = \frac{64}{Re}$$

Formula di Colebrook per moto turbolento ( $Re > 4000$ )

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

### Perdite distribuite – Diagramma di Moody



## Perdite di carico in condotti 6

Perdite distribuite per moto turbolento ( $Re > 4000$ )

**Formula di Colebrook**

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left[ \log_{10} \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f_0}} \right) \right]^{-2}$$

È necessario ipotizzare un valore di primo tentativo  $f_0$  del fattore d'attrito, e poi risolvere iterando ricorsivamente.

Già alla prima applicazione della formula di Colebrook, il valore di  $f$  differisce per meno dell' 1% dal valore di primo tentativo  $f_0$  se questo è stato stimato mediante la formula di Miller:

**Formula di Miller**

$$f_0 = \frac{1}{4} \cdot \left[ \log_{10} \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$

Per condotti lisci ( $\varepsilon/D \rightarrow 0$ ) si possono usare

**Formula di Blasius**

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (3000 < Re < 10^5)$$

**Formula di Nikuradse**

$$f = 0.0032 + \frac{0.221}{Re^{0.237}} \quad (10^5 < Re < 10^7)$$

Nel caso non circolare anziché  $D$  si usa un diametro equivalente:

$$D_{eq} = 4 \cdot A / P$$

Dove:

$A$  è la sezione di passaggio del fluido ( $m^2$ ).

$P$  è il perimetro della sezione lambito dal fluido (m).

### Perdite concentrate

$$R_c = K_c \frac{W^2}{2} \quad (\text{J/kg}) \quad \Leftrightarrow \quad \Delta p_c = \rho K_c \frac{W^2}{2} \equiv \rho g \Delta h_c \quad (\text{Pa})$$

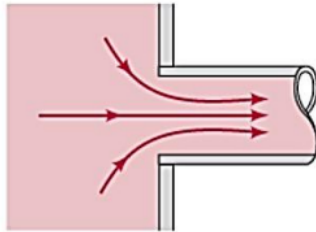
$K_c$  coefficiente di perdita (adimensionale), dipendente solo dalla geometria dell'accidentalità

Alcuni esempi:

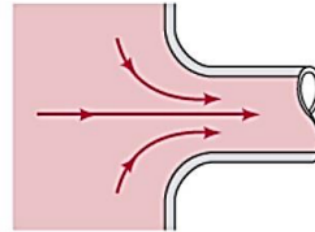


## Perdite concentrate

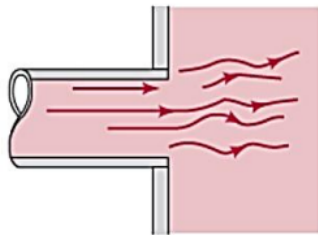
Valori di  $K_C$  – esempi: efflusso da, e ingresso in, serbatoio



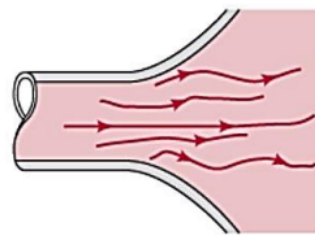
(a) Flusso in ingresso, profilo non arrotondato,  
 $K_C = 0.5$



(b) Flusso in ingresso, profilo arrotondato,  
 $K_C = 0.04$



(c) Flusso in uscita, profilo non arrotondato,  
 $K_C = 1.0$



(d) Flusso in uscita, profilo arrotondato,  
 $K_C = 1.0$

*Altri esempi sulle slide*

Un altro metodo equivalente:

$$R_C = f \frac{L_{eq}}{D} \frac{W^2}{2}$$

ove

$L_{eq}$  lunghezza di condotto rettilineo equivalente all'accidentalità considerata (m)

La lunghezza  $L_{eq}$  è quella che un tratto di condotto rettilineo a sezione uniforme dovrebbe avere per causare perdite di carico distribuite equivalenti a quelle concentrate prodotte dalla accidentalità in esame.

Per trovare  $L_{eq}$  si può far uso di grafici appositi.

## Perdite distribuite e concentrate

Le perdite di carico totali in un condotto a sezione uniforme in cui sono presenti  $M$  accidentalità valutate tramite il metodo della lunghezza equivalente, ed  $N$  accidentalità valutate mediante coefficienti di perdita concentrata, valgono:

$$R = \left[ f \frac{\left( L + \sum_{m=1}^M L_{eq,m} \right)}{D} + \sum_{n=1}^N K_{C,n} \right] \frac{W^2}{2}$$

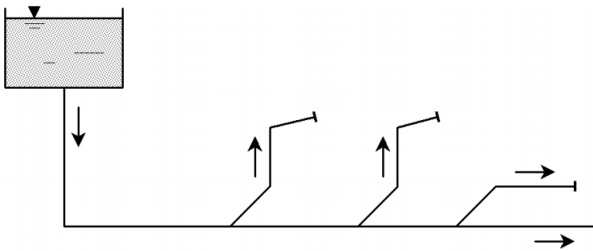
In condotti molto lunghi in cui è presente un numero molto ridotto di accidentalità, le perdite di carico concentrate possono essere trascurabili:

$$L \gg \sum_{m=1}^M L_{eq,m} \quad \text{e} \quad f \frac{L}{D} \gg \sum_{n=1}^N K_n \quad \Rightarrow \quad R \cong f \frac{L}{D} \frac{W^2}{2}$$

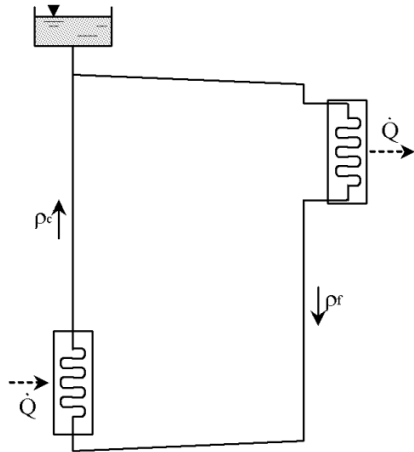
## Reti idrauliche

Circolazione a gravità

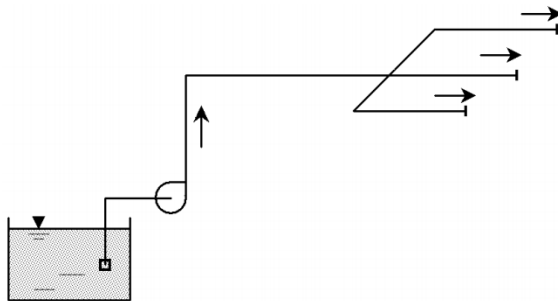
Fisica 1a  
12/2



Circolazione naturale (a termosifone)

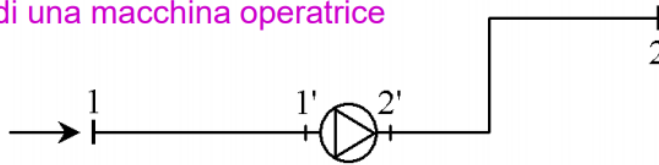


Circolazione forzata (reti in pressione)



## Reti idrauliche 4

Prevalenza di una macchina operatrice



~~$$\frac{\alpha_2 W_2^2 - \alpha_1 W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R_{12} = -l_p$$~~

Lavoro fornito alla macchina:

$$-l_p \equiv |l_p| = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R_{12}$$

Lavoro trasferito al fluido (prevalenza):

$$|l_p| - R_{12} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{\Delta p_t}{\rho}$$

Rendimento della macchina:

$$\eta = \frac{|l_p| - R_{12}}{|l_p|}$$

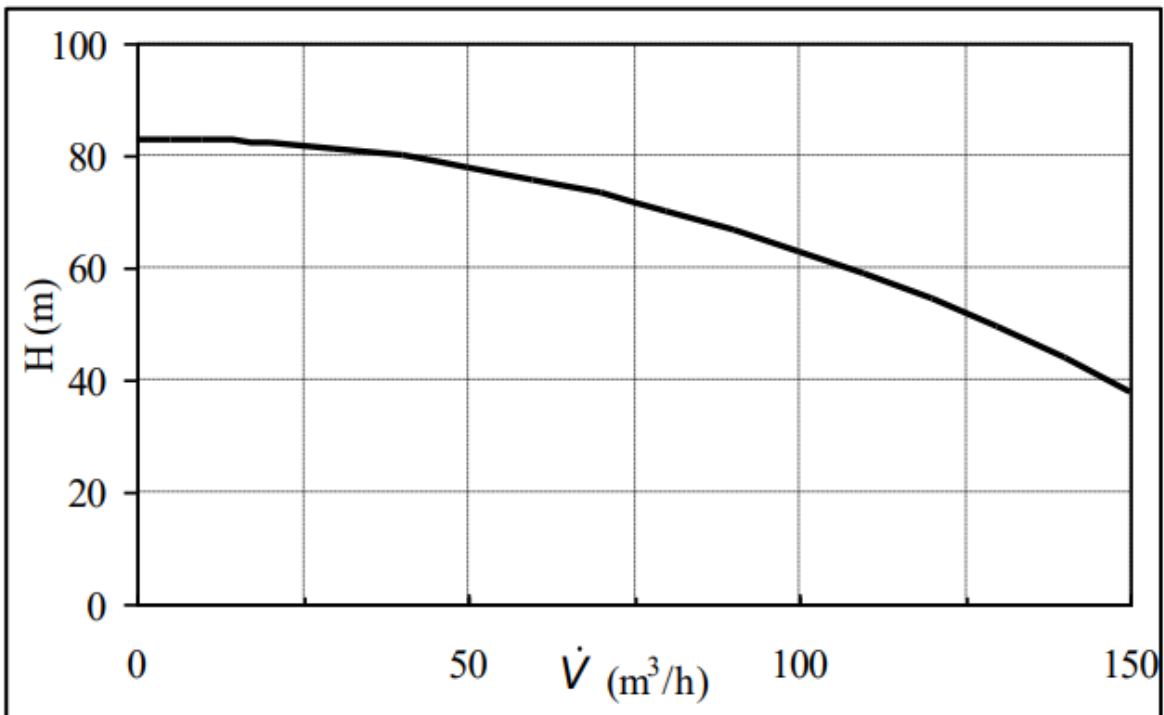
$$|\ell| = |\ell_p| - R_{r2'} = \frac{\Delta p_t}{\rho}$$

Potenza idraulica al fluido:

$$|\dot{L}| = \dot{m}|\ell| = \rho \dot{V} \frac{\Delta p_t}{\rho} = \dot{V} \Delta p_t$$

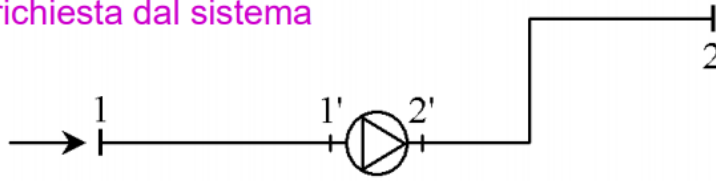
Potenza meccanica alla macchina:

$$|\dot{L}_p| = \dot{m}|\ell_p| = \rho \dot{V} \frac{|\ell|}{\eta} = \frac{1}{\eta} \dot{V} \Delta p_t$$



$$H = \frac{\Delta p_t}{\rho g} = \frac{|\ell|}{g} \Leftrightarrow \Delta p_t = \rho g H = \rho |\ell|$$

### Prevalenza richiesta dal sistema

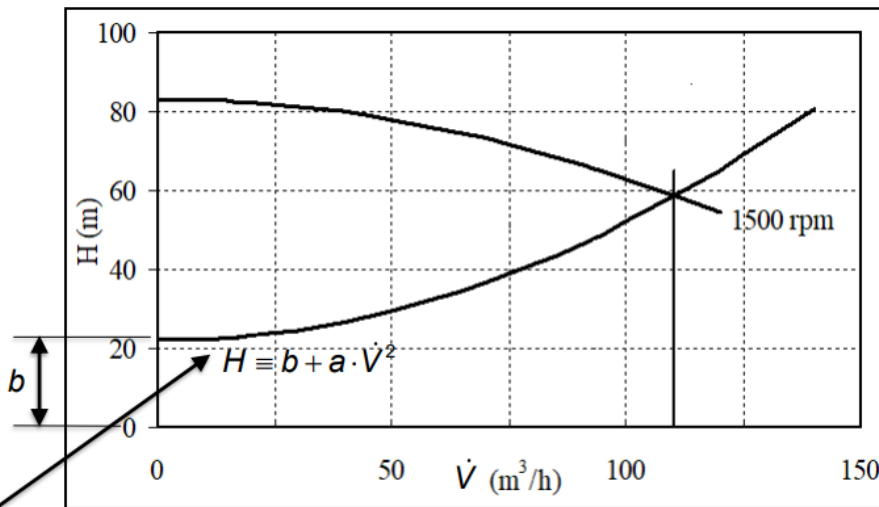


$$\frac{\alpha_2 W_2^2 - \alpha_1 W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R = -\ell \equiv \frac{\Delta p_t}{\rho}$$

$$\Delta p_t \equiv \rho |\ell| = \rho \left[ \frac{\alpha_2 W_2^2 - \alpha_1 W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R \right]$$

$$H \equiv \frac{\Delta p_t}{\rho g} \equiv \frac{|\ell|}{g} = \frac{1}{g} \left[ \frac{\alpha_2 W_2^2 - \alpha_1 W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R \right]$$

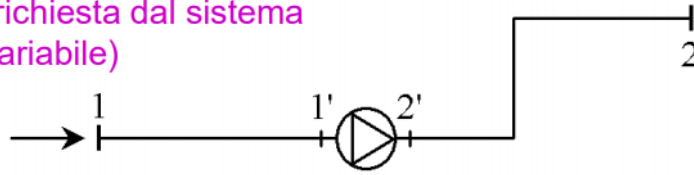
### Accoppiamento macchina-sistema



$$H \equiv \frac{\Delta p_t}{\rho g} \equiv \frac{|\ell|}{g} = \underbrace{z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho g}}_b + \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_2}{A_2^2} - \frac{\alpha_1}{A_1^2} \right) + \left( f \frac{L}{D} + \sum_{n=1}^N K_{C,n} \right) \frac{1}{2A^2} \right] \cdot \dot{V}^2$$



Prevalenza richiesta dal sistema  
(a sezione variabile)

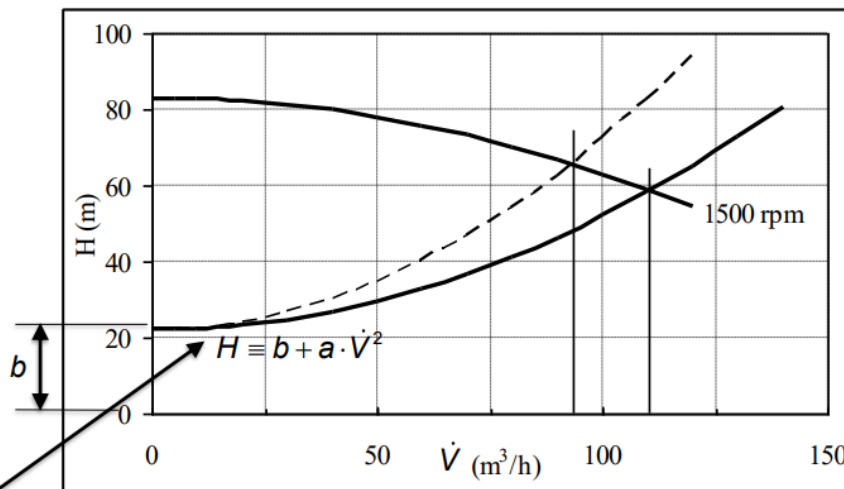


$$\Delta p_t \equiv \rho g H = \frac{\alpha_2 W_2^2 - \alpha_1 W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \rho \sum R$$

$$R = \left( f \frac{L}{D} + \sum_{n=1}^N K_{C,n} \right) \frac{W^2}{2} \quad \dot{V} = WA \Rightarrow W = \dot{V} / A$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p_t}{\rho} \equiv | \ell | \equiv gH &= \frac{1}{2} \left( \alpha_2 \frac{\dot{V}^2}{A_2^2} - \alpha_1 \frac{\dot{V}^2}{A_1^2} \right) + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \sum \left( f \frac{L}{D} + \sum_{n=1}^N K_{C,n} \right) \frac{\dot{V}^2}{2A^2} = \\ &= g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_2}{A_2^2} - \frac{\alpha_1}{A_1^2} \right) + \sum \left( f \frac{L}{D} + \sum_{n=1}^N K_{C,n} \right) \frac{1}{2A^2} \right] \cdot \dot{V}^2 \end{aligned}$$

Accoppiamento macchina-sistema e regolazione

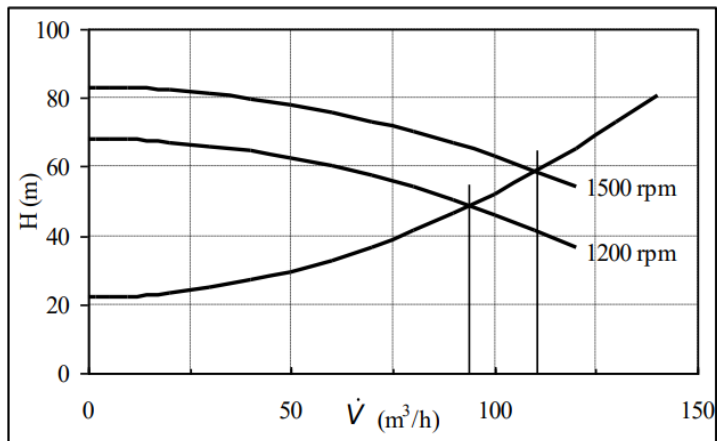


include  
 $K_{C, \text{regolazione}}$

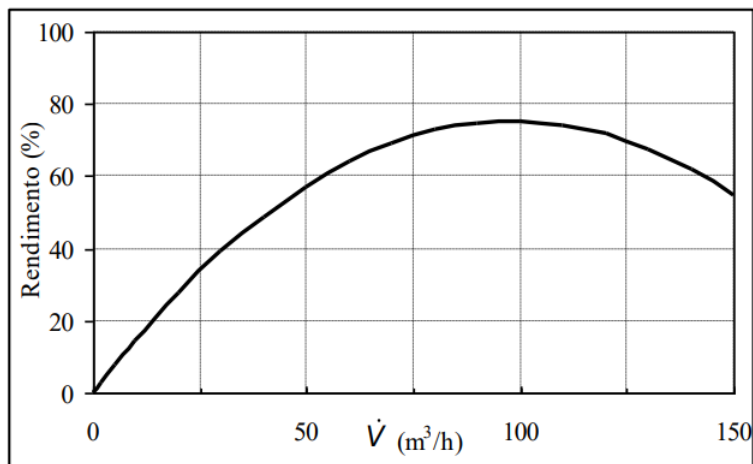
$$H \equiv \frac{\Delta p_t}{\rho g} \equiv \frac{| \ell |}{g} = \underbrace{z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho g}}_b + \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_2}{A_2^2} - \frac{\alpha_1}{A_1^2} \right) + \sum \left( f \frac{L}{D} + \sum_{n=1}^N K_{C,n} \right) \frac{1}{2A^2} \right] \cdot \dot{V}^2$$

a

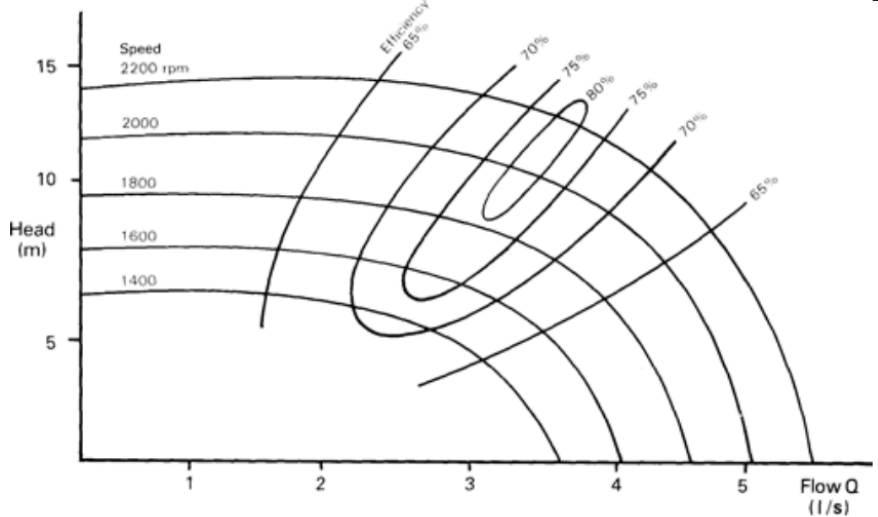
Accoppiamento macchina-sistema  
(macchina a giri variabili)



Rendimento



Mapa di prevalenza di una pompa



## Unità 15

La trasmissione del calore può avvenire secondo 3 modalità:

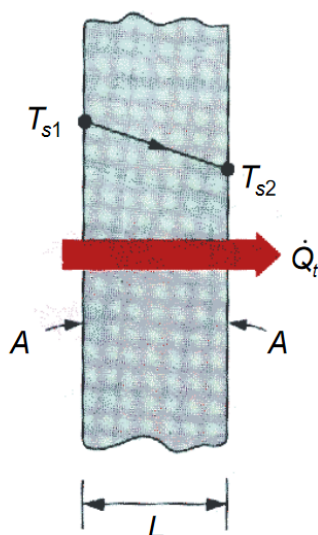
- Conduzione
- Convezione
- Irraggiamento

La conduzione e la convezione richiedono la presenza di un mezzo. Per quanto riguarda la convezione, lo scambio termico è legato alla fluidodinamica del processo. Da qui nasce il concetto di termofluidodinamica.

L'irraggiamento termico ricade nella categoria dei fenomeni elettromagnetici, e quindi non richiede la presenza di un mezzo.

L'ipotesi di stazionarietà (fenomeni indipendenti dal tempo perché riferiti a condizioni medie o a condizioni limite) permette di studiare la trasmissione del calore senza eccessivo ricorso all'analisi matematica complessa.

### Trasmissione del calore per conduzione



#### Nomenclatura

$A$  = area [ $\text{m}^2$ ]

$L$  = spessore [m]

$T$  = temperatura [ $^{\circ}\text{C}$ ]

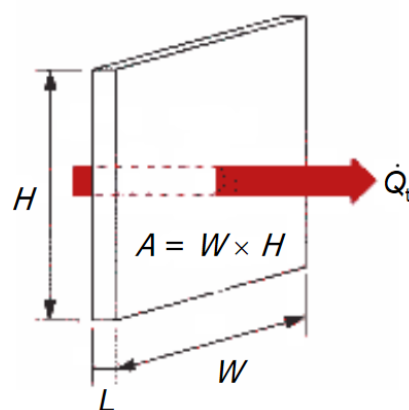
$\Delta T = T_{s2} - T_{s1}$  = differenza di temperatura superficiale [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$\dot{Q}_t$  = potenza termica trasmessa (costante) [W]

$t$  = tempo [s]

$\Delta t$  = intervallo temporale [s]

$Q_t = \dot{Q}_t \times \Delta t$  = calore trasmesso [J]



La potenza termica trasmessa attraverso uno strato di materiale di uno certo spessore è proporzionale:

- Direttamente, alla differenza di temperatura tra le due superfici
- Direttamente, all'area della superficie normale alla direzione di trasmissione
- Inversamente, allo spessore dello strato

$$\dot{Q}_t \propto A \cdot \frac{\Delta T}{L}$$

Introducendo una costante di proporzionalità, si ottiene:

$$\dot{Q}_t = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L}$$

Questa costante è dipendente dal materiale ed è detta conduttività termica.

**ATTENZIONE:** quella termica è la conduttività, mentre quella elettrica è la conducibilità.

### Conduttività termica dei gas

Nei gas, la conduttività termica è legata a processi detti di diffusione termica delle molecole a più alta energia tra quelle a energia più bassa. E' direttamente proporzionale, in linea di principio, alla **velocità molecolare media**, alla **densità molecolare volumica** (il numero di molecole nell'unità di volume) e al **cammino libero medio** (la distanza mediamente percorsa da una molecola prima di interagire con un'altra molecola).

$$\lambda \propto \bar{v} \cdot n_v \cdot L_m$$

Si parla di effetto Knudsen. Ci sono delle conseguenze:

- A parità di temperatura e quindi a parità di energia cinetica su scala molecolare, la velocità molecolare media diminuisce con l'aumentare della massa molecolare. Quindi gas a molecola piccola sono più conduttivi dell'aria, che di conseguenza è più conduttiva di gas a molecola pesante.
- All'aumentare della temperatura aumenta l'energia cinetica molecolare e quindi la velocità molecolare media. Allora, la conduttività termica dei gas aumenta con la temperatura.

- Al diminuire della pressione, diminuisce la densità molecolare volumica, ma aumenta il cammino libero medio. Visto che i due effetti si elidono, la conduttività termica dei gas non dipende dalla pressione.

I gas di per sé non sono dei buoni isolanti termici.

I materiali isolanti (termicamente) sono costituiti da una matrice solida, fibrosa o porosa, in cui è disperso un gas. La frazione di vuoto è molto elevata (> 90% o talvolta fino a 98-99%).

La matrice solida inibisce i moti convettivi (tramite interazioni viscosose tra il gas e le pareti solide). Gli isolanti sono dei materiali che presentano una conduttività termica apparente (o equivalente) definita come quella che un materiale omogeneo dovrebbe avere per produrre, a parità di configurazione geometrica e condizioni al contorno, la stessa intensità di trasmissione del calore.

**Materiali isolanti fibrosi** (paglia, cotone, lana, pellicce...) sono generalmente formati in strati non coesi, oppure materassini coesi. Hanno una conduttività termica più alta di altri isolanti a causa della permeabilità ai moti dell'aria e dell'inferiore frazione di vuoto.

**Materiali isolanti porosi**, che possono essere a porosità aperta (spugnosi, con pori intercomunicanti) oppure porosità chiusa (polistirene, poliuretano). Sono gli isolanti ordinari più performanti. Se con elevata frazione di vuoto e riempimento con gas a molecola pesante possono avere conduttività termica molto performante.

Pannelli in materiale super-isolante a vuoto spinto (vacuum insulation panel), matrice solida dove gas contenuto è estratto fino a raggiungere un cammino libero pari alla dimensione dei pori.

Pannelli in materiale super-isolante tipo aerogel, si ottengono porosità di dimensioni nanometriche limitando quindi il cammino libero medio.

### **Conduzione termica dei liquidi e dei solidi**

Nei **liquidi** ai fenomeni diffusivi tipici dei fluidi possono sovrapporsi fenomeni di trasporto tipici dei materiali solidi, con un comportamento intermedio e fortemente variabile da liquido a liquido.

Nei **solidi**, l'esistenza di legami intermolecolari permanenti favorisce la propagazione in cascata tra atomi contigui. Questa propagazione è tanto più efficiente tanto più sono forti i legami e ordinato è il reticolo cristallino.

Ossidi solidi (ad es. ceramici) con reticolo cristallino basato su legami di tipi covalente o ionico hanno conduttività termiche elevate. Rocce e vetri hanno conduttività termica di circa 1.

Laterizi con matrice porosa ma frazione di vuota piccola, hanno conduttività termica  $< 0.5-1$ .

Materiali cementizi possono avere conduttività termica ancora più bassa, ma buona resistenza alla compressione.

Materiali polimerici e gomme, hanno legami molecolari deboli e quindi conduttività termica relativamente bassa 0.1-0.3.

Nei metalli (sia liquidi che non a temperatura ambiente), alla conduzione fononica si sovrappone con intensità dominante la conduzione elettronica. Gli elettroni infatti, in questi materiali, sono liberi di attraversare l'intero materiale. Questi elettroni in movimento sono quelli responsabili del trasporto di cariche elettriche e per molti metalli esiste una correlazione diretta tra conduttività termica e conducibilità elettrica. La conduttività termica dei metalli diminuisce con la temperatura (così come anche la conducibilità elettrica).

Alcuni esempi sono:

- Alluminio
- Ferro
- Leghe ferrose (acciaio, ghisa) e non ferrose (acciaio inox)

I migliori conduttori termici sono i solidi cristallini ad elevata purezza e elevatissimo ordine molecolare:

- Il diamante è utilizzato per realizzare film di separazione elettrica ma atti a dissipare il calore.
- Alluminia (utilizzi simili a quelli del diamante).
- La grafite, che però non garantisce separazione elettrica, ma ha comunque un'alta conducibilità termica (~800).

## **Trasmissione del calore per conduzione**

Il flusso termico specifico o densità di flusso termico rappresentano una potenza termica trasferita per unità di area.

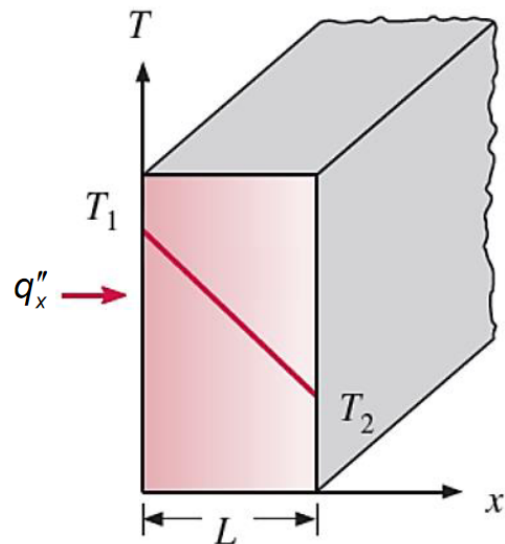
$$q''_x = \frac{\dot{Q}_x}{A}$$

Il flusso di calore o flusso termico rappresenta la potenza termica trasferita:

$$\dot{Q}_x = q''_x \cdot A$$

### Conduzione stazionaria in strato piano

$$q''_x = \frac{\dot{Q}_t}{A} = -\lambda \cdot \frac{T_2 - T_1}{L} = \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{L}$$



### Convezione

Scambio di energia tra una superficie a temperatura  $T_s$  e un fluido in moto a temperatura  $T_\infty$ .

Meccanismo: conduzione, data dai processi di trasferimento meccanico su scala microscopica, e avvezione, cioè il trasporto di calore dato dal moto di massa (moto macroscopico del fluido).

Ci sono vari tipi di convezione:

- Convezione forzata: trasmissione per convezione in cui il moto del fluido è causato da forze esterne.

- Convezione naturale: trasmissione per convezione in cui il moto del fluido è indotto da forze interne al fluido stesso.
- Convezione mista: trasmissione per convezione in cui il moto del fluido è indotto da forze esterne ed interne che hanno pesi circa equivalenti.

Ipotesi di aderenza: alla parete è sempre presente uno strato di fluido statico di dimensioni molecolari dove il processo è puramente conduttivo.

Strato limite termico: in prossimità della parete si crea una regione entro la quale la temperatura passa da  $T_s$  a  $T_\infty$ .

La potenza termica trasmessa fra una parete solida a temperatura  $T_s$  ed un fluido che lambisce a temperatura  $T_\infty$  è proporzionale:

- direttamente alla differenza di temperatura tra parete solida e fluido
- direttamente all'area della superficie di parete lambita dal fluido

$$\dot{Q}_c \propto A \cdot (T_s - T_\infty)$$

Introducendo una costante di proporzionalità:

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

Questa costante è anche chiamata coefficiente di convezione e non è una proprietà fisica. Per questo motivo non è una costante reperibile dato fluido/materiale.

Viene in soccorso quindi l'analisi dimensionale. Si definisce il numero di Nusselt in questo modo:

$$Nu = \frac{h_c \cdot L}{\lambda} = f(Re^a, Pr^b, Gr^c) = f\left[\left(\frac{\rho \cdot W \cdot L}{\mu}\right)^a, \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^b, \left(\frac{g \cdot \beta \cdot L^3 \cdot \Delta T}{\nu^2}\right)^c\right]$$

Che può essere calcolato quindi come una funzione del numero di Reynolds (Re), numero di Grashof (Gr) e numero di Prandtl (Pr), talora dal numero di Rayleigh (Ra = Gr \* Pr).

Nella relazione compaiono la diffusività termica  $\alpha$ , il coefficiente di dilatazione termica e  $\beta$ . Le proprietà si valutano alla temperatura di film  $T_f = (T_s + T_\infty)/2$ .



## Relazioni empiriche di calcolo



Convezione naturale su superfici piane orizzontali:

$$Nu_L = \frac{h_c \cdot L}{\lambda} = 0.54 Ra_L^{1/4} \equiv 0.54 (Gr_L Pr)^{1/4} \quad \text{valida per } 10^4 < Ra_L < 10^7$$

$$Nu_L = \frac{h_c \cdot L}{\lambda} = 0.15 Ra_L^{1/4} \equiv 0.15 (Gr_L Pr)^{1/4} \quad \text{valida per } 10^7 < Ra_L < 10^{11}$$

in caso di flusso termico ascendente, e

$$Nu_L = \frac{h_c \cdot L}{\lambda} = 0.52 Ra_L^{1/5} \equiv 0.52 (Gr_L Pr)^{1/5} \quad \text{valida per } 10^5 < Ra_L < 10^{10}$$

in caso di flusso termico discendente, ove

$$L = \frac{A}{P} \equiv \frac{\text{area}}{\text{perimetro}}$$

Convezione naturale su superfici piane verticali (rel. di Churchill & Chu):

$$Nu_L = 0.68 + \frac{0.663 Ra_L^{1/4}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad \text{valida per } Ra_L < 10^8$$

Elementi di Fisica tecnica per l'ingegneria

## Relazioni empiriche di calcolo



Convezione turbolenta in condotti circolari (rel. di Dittus-Boelter):

$$Nu_D = \frac{h_c \cdot D}{\lambda} = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n$$

con  $n = 0.4$  se il fluido si riscalda,  $n = 0.3$  se si raffredda,

valida per  $0.6 \leq Pr \leq 160$ ,  $Re_D = \frac{WD}{\nu} > 10'000$ ,  $L/D > 10$

Convezione laminare in condotti circolari:

$$Nu_D = \frac{h_c \cdot D}{\lambda} = C$$

ove  $C = 3.66$  per  $T$  di parete costante,  $C = 4.36$  per  $q''$  in parete cost.

Conv. naturale attorno a cilindri orizzontali (rel. di Churchill-Bernstein):

$$Nu_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad \text{valida per } Re_D Pr > 0.2$$

Fortunatamente molti problemi sono talmente ripetitivi da garantire che il corrispondente coefficiente di convezione  $h_c$  possa essere assunto come noto sperimentalmente con una precisione accettabile.

Coefficienti di convezione su superfici di edifici

## Coefficiente di convezione

### Coefficiente di convezione naturale in aria su superfici piane



$$h_c = C \cdot \left( \frac{\Delta T}{L} \right)^{1/4}$$

ove

$\Delta T$  differenza di temperatura tra superficie e aria indisturbata [°C]

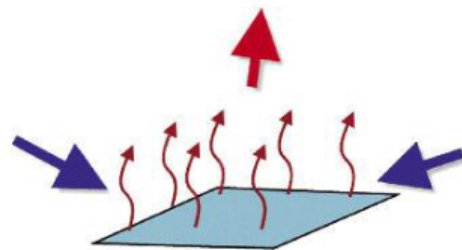
$L = A/P$  rapporto tra area e perimetro della superficie [m]

e

$C = 1.42$  per superficie verticale (calda o fredda)

$C = 1.32$  per superficie orizzontale calda orientata verso l'alto, oppure fredda orientata verso il basso

$C = 0.59$  per superficie orizzontale calda orientata verso il basso, oppure fredda orientata verso l'alto



## Trasmissione del calore per irraggiamento

Il calore tra due superfici in vista può anche essere scambiato sotto forma di radiazione elettromagnetica che si trasmette attraverso il mezzo interposto purché trasparente alla radiazione (come aria o la maggior parte dei gas).

Lunghezza d'onda e frequenza della radiazione sono collegate tra di loro tramite la relazione:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

ove

$\lambda$  lunghezza d'onda [m]

$f$  frequenza [Hz]

$c$  velocità della luce nel mezzo [m/s]

Come riferimento ideale si assume il **corpo nero**:

- Perfetto emettitore: emette la massima potenza termica per una data temperatura e lunghezza d'onda.
- Perfetto assorbitore: assorbe tutta la radiazione che lo investe.
- Emettitore diffuso

Legge di Stefan-Boltzmann (per il corpo nero):

$$E_n = \sigma \cdot T^4$$

ove

$E_n = E_n(T)$  **potere emissivo** di corpo nero [W/m<sup>2</sup>]

$T$  temperatura termodinamica assoluta [K]

$\sigma$  costante di Stefan-Boltzmann [5.67·10<sup>-8</sup> W/(m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>)]

Legge della distribuzione di Planck (per il corpo nero):

$$E_{n,\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[ \exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]}$$

ove

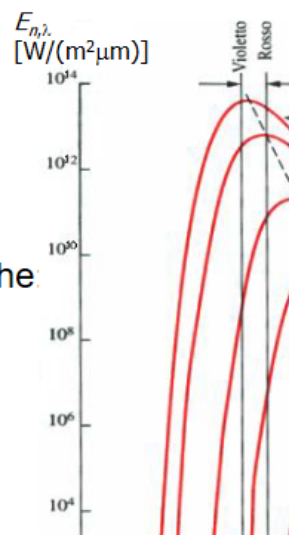
$E_{n,\lambda} = E_{n,\lambda}(T)$  **potere emissivo mono-cromatico** di corpo nero [W/(m<sup>2</sup>·μm)], tale che:

$$E_n(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{n,\lambda}(T) d\lambda$$

$\lambda$  lunghezza d'onda [μm]

$T$  temperatura [K]

$C_1, C_2$  costanti



## Proprietà radiative superficiali



### Emissività

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma \cdot T^4}$$

ove

$E(T)$  potere emissivo della superficie considerata [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

### Coefficienti di assorbimento ( $\alpha$ ), riflessione ( $\rho$ ) e trasmissione ( $\tau$ )

$$\alpha = \frac{G_a}{G} \quad \rho = \frac{G_r}{G} \quad \tau = \frac{G_t}{G}$$

ove

$G$  radiazione totale incidente (irradianza) [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

$G_a$  parte assorbita dell'irradianza [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

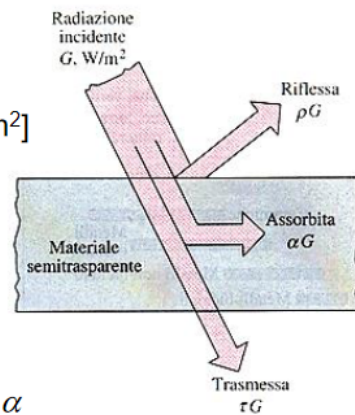
$G_r$  parte riflessa dell'irradianza [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

$G_t$  parte trasmessa dell'irradianza [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

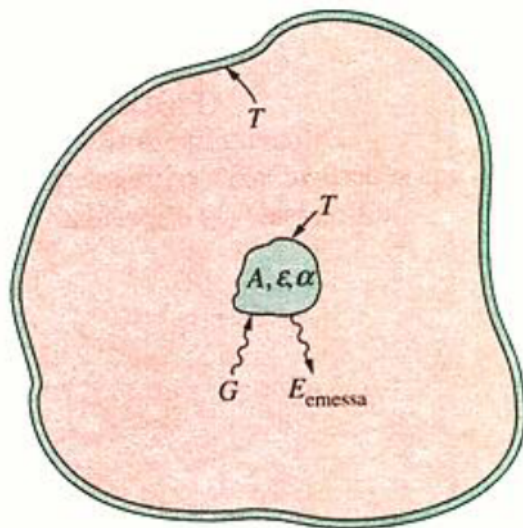
In generale  $\alpha + \rho + \tau = 1$

Per i corpi neri:  $\alpha = 1, \rho = 0, \tau = 0$

Per i corpi opachi:  $\tau = 0, \alpha + \rho = 1 \Leftrightarrow \rho = 1 - \alpha$



## Proprietà radiative superficiali



$$G_{\text{assorbita}}(T) = \alpha \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$E_{\text{emessa}}(T) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$A \cdot \alpha \cdot \sigma \cdot T^4 = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

### Legge di Kirchhoff

$$\varepsilon(T) = \alpha(T)$$

Quindi date queste relazioni, il potere emissivo di una superficie reale può essere calcolato come (utilizzando la legge del corpo nero di Planck):

$$E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_s^4 \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Un corpo opaco con temperatura superficiale  $T_s$ , area superficiale  $A$  ed emissività  $\varepsilon$ , inserito all'interno di ambiente molto più grande e delimitato da superfici poste a temperatura uniforme  $T_a$ , scambia con dette superfici una **potenza termica per irraggiamento** valutabile tramite secondo la relazione:

$$\dot{Q}_r = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_a^4)$$

$$\dot{Q}_r = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s^2 + T_a^2) \cdot (T_s + T_a) \cdot (T_s - T_a) \cong A \cdot h_r \cdot (T_s - T_a)$$

ove  $T_m$  è la temperatura media aritmetica della superficie e del contorno:

$$h_r \cong \varepsilon \cdot \sigma \cdot 4 \cdot T_{media}^3 \quad T_m = (T_s + T_a) / 2$$

## Coefficiente di scambio termico per irraggiamento

$$\dot{Q}_r = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_a^4) \cong A \cdot h_r \cdot (T_s - T_a)$$

Nella relazione si è introdotto un coefficiente di scambio termico per irraggiamento  $h_r$ , dimensionalmente omogeneo al coefficiente di scambio termico per convezione:

$$h_r = \varepsilon \cdot h_{r,max} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot 4 \cdot T_m^3$$

ove

$h_{r,max}$  coefficiente di scambio termico per un corpo nero [W/(m<sup>2</sup>K)]  
 $\varepsilon$  emissività della superficie ( $\approx 0.9$  per superfici non metalliche)

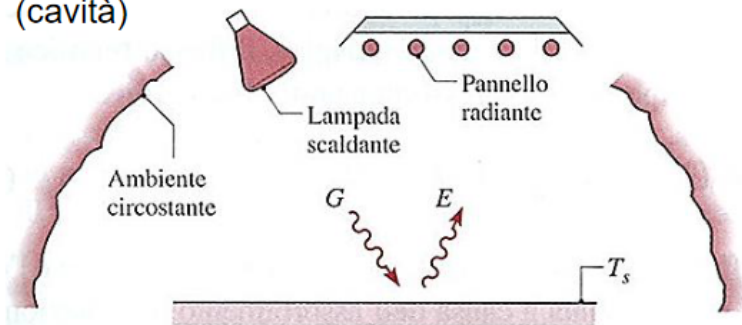
$T_m$ [°C]	$h_{r,max}$ [W/(m <sup>2</sup> K)]	$0.9 \cdot h_{r,max}$ [W/(m <sup>2</sup> K)]
-10	4.13	3.72
0	4.62	4.16
10	5.15	4.63
20	5.71	5.14
30	6.32	5.69



## Calcolo degli scambi termici radiativi



Scambio **adduttivo** (radiativo e convettivo) in un grande ambiente (cavità)



Corpo grigio:

$$\alpha = \varepsilon$$

Si può dimostrare che

$$G = \sigma \cdot T_{cav}^4$$

$$\dot{Q}_r = h_r \cdot A \cdot (T_s - T_{cav}) \quad h_r \cong \varepsilon \cdot \sigma \cdot 4 \cdot T_{media}^3 \quad T_{media} = \frac{T_s + T_{cav}}{2}$$

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_r + \dot{Q}_c = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) + h_r \cdot A \cdot (T_s - T_{cav}) \cong A \cdot h \cdot (T_s - T_{op})$$

ove  $h = h_c + h_r$  e la temperatura operante è  $T_{op} = \frac{h_c \cdot T_\infty + h_r \cdot T_{cav}}{h_c + h_r} \approx T_\infty$

## Trasmissione per convezione e irraggiamento



Potenza scambiata per irraggiamento termico tra una superficie e l'ambiente circostante (con  $T_{cav} \approx T_\infty$ ):

$$\dot{Q}_r = h_r \cdot A \cdot (T_s - T_{cav}) \approx h_r \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

Potenza termica scambiata per convezione tra una superficie e l'aria ambiente:

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

Potenza termica complessivamente scambiata per convezione e irraggiamento:

$$\begin{aligned} \dot{Q} = \dot{Q}_r + \dot{Q}_c &= h_r \cdot A \cdot (T_s - T_{cav}) + h_c \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \approx \\ &\approx h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \end{aligned}$$

Il coefficiente  $h$ , in norme e manuali indicato anche con il simbolo  $\alpha$ , è detto **coefficiente di adduzione** (o liminare). La temperatura  $T_{cav}$  può essere un valore mediato sulle superfici della cavità, generalmente definito **temperatura (media) radiante** (simbolo  $T_r$  o  $T_{mr}$ )

## Trasmissione per convezione e irraggiamento



Potenza scambiata per irraggiamento termico tra una superficie e l'ambiente circostante (con  $T_{cav} \neq T_{\infty}$ ):

$$\dot{Q}_r = h_r \cdot A \cdot (T_s - T_{cav})$$

Potenza termica scambiata per convezione tra una superficie e l'aria ambiente:

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_{\infty})$$

Potenza termica complessivamente scambiata per convezione e irraggiamento:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_r + \dot{Q}_c = h \cdot A \cdot (T_s - T_{op}) \quad \text{ove} \quad T_{op} = \frac{h_c \cdot T_{\infty} + h_r \cdot T_{cav}}{h_c + h_r}$$

Con il **coefficiente di adduzione**  $h$ , oppure con il suo inverso  $R''_s$ , detto **resistenza superficiale**, si tiene conto degli incrementi di  $h_c$  dovuti alle interazioni per irraggiamento termico fra superficie solida considerata ed ambiente circostante.

$$h = h_c + h_r = \frac{1}{R''_s}$$

Elementi di Fisica tecnica per l'ingegneria

Copyright © 2011 The McGraw-Hill Companies, Inc.

## Temperatura equivalente (sole-aria)



Quando una superficie è investita dalla radiazione prodotta da una **sorgente a temperatura molto più alta** come il sole, o una fiamma, il coefficiente di assorbimento  $\alpha_H$  di tale radiazione è in linea di principio diverso da quello  $\alpha$  della radiazione emessa da altre sorgenti a temperatura ambiente (e quindi anche dall'emissività a temperatura ambiente  $\varepsilon \equiv \alpha$ ) per effetto della distribuzione completamente diversa del potere emissivo spettrale.

Data una sorgente ad alta temperatura, la radiazione da questa emessa si distribuirà su un certo angolo solido.

Per una sorgente ad es. sferica con raggio  $r_H$ , temperatura  $T_H \gg T_{ambiente}$  ed emissività  $\varepsilon_H$ , l'angolo su cui si distribuisce la radiazione è pari a  $4\pi$  steradiani e l'**irradianza**  $G_H$  prodotta su una superficie a distanza  $r$  dal centro della sorgente è pari a:

$$G_H = \frac{A_H E_H}{A_r} \equiv \frac{4\pi r_H^2 \varepsilon_H \sigma T_H^4}{4\pi r^2}$$

Da cui si ottiene:

$$T_{eq} = T_{op} + \frac{\alpha_H G_H}{h} \equiv T_{op} + \frac{(1 - \rho_H) G_H}{h}$$

## Analogia elettrotermica

Come in **elettrotecnica**  $I = \frac{\Delta V}{R_e}$  (legge di Ohm),

così in **trasmissione del calore**  $\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_t}$

**Conduzione** (attraverso una parete piana):  $\dot{Q}_t = \lambda \cdot A \cdot \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{L} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_t}$

da cui l'espressione della resistenza termica conduttiva per parete piana:

$$R_t = \frac{L}{\lambda \cdot A} \quad [^{\circ}\text{C/W}] \quad \leftrightarrow \quad R_e = \frac{L}{\sigma \cdot A}$$

**Adduzione** (su una superficie solida):  $\dot{Q}_{c+r} = h \cdot A \cdot (T_s - T_a) = \frac{T_s - T_a}{R_s}$

da cui l'espressione della resistenza termica superficiale (totale):

$$R_s \equiv \frac{R_s''}{A} = \frac{1}{h \cdot A} \quad [^{\circ}\text{C/W}]$$

## Analogia elettrotermica: resistenze in serie

Seguendo l'analogia elettrotermica, le resistenze termiche possono essere disposte in serie e/o in parallelo, andando così a costituire una resistenza totale equivalente.

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

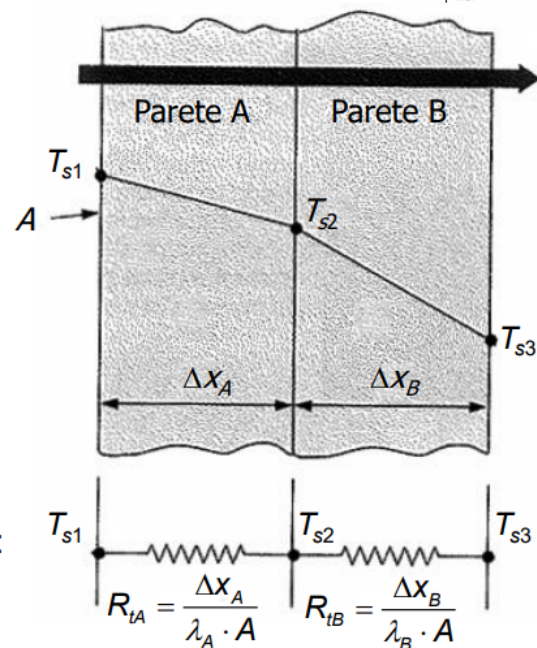
Per una **parete piana a due strati**:

$$R_{tot} = \frac{\Delta x_A}{\lambda_A \cdot A} + \frac{\Delta x_B}{\lambda_B \cdot A}$$

$$\Delta T = T_{s1} - T_{s3}$$

In generale, per una **parete multistrato**:

$$R_{tot} = \sum_{j=A,B,\dots} R_{tj} = \sum_{j=A,B,\dots} \frac{\Delta x_j}{\lambda_j \cdot A}$$





## Analogia elettrotermica: resistenze in serie

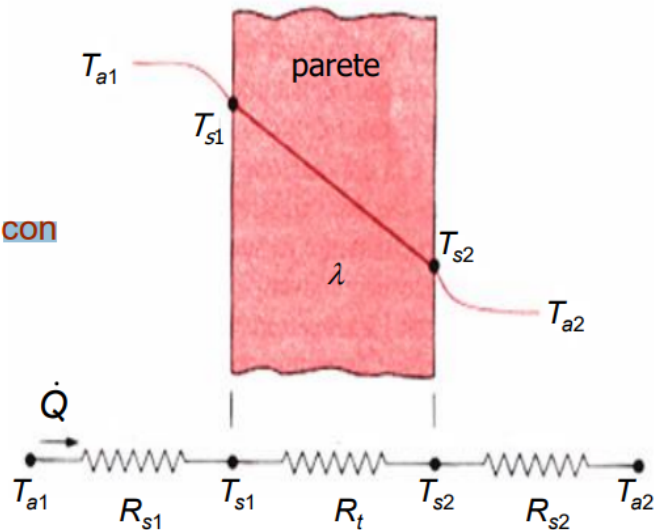


Seguendo l'analogia elettrotermica, le resistenze termiche possono essere disposte in serie e/o in parallelo, andando così a costituire una resistenza totale equivalente.

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

Per una **parete piana monostrato con adduzione** (convezione e irraggiamento) su entrambi i lati:

$$\begin{aligned} R_{tot} &= R_{s1} + R_t + R_{s2} = \\ &= \frac{1}{h_1 \cdot A} + \frac{\Delta x}{\lambda \cdot A} + \frac{1}{h_2 \cdot A} \\ \Delta T &= T_{a1} - T_{a2} \end{aligned}$$



## Analogia elettrotermica: resistenze in parallelo



Per una **parete piana a due strati orizzontali** (superficie di separazione adiabatica):

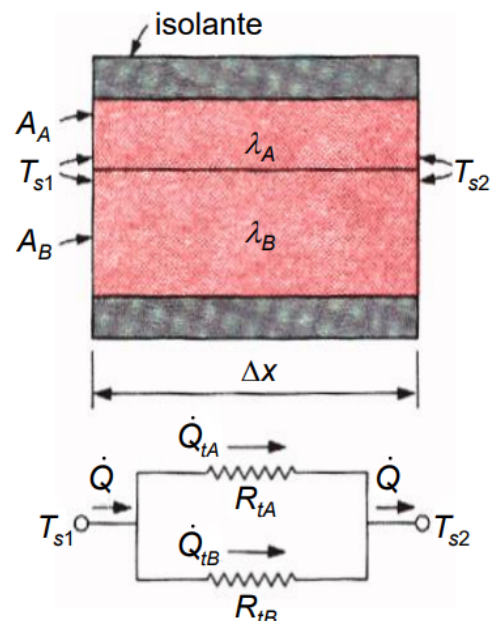
$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

ove

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{tot}} &= \frac{1}{R_{tA}} + \frac{1}{R_{tB}} \\ \Rightarrow R_{tot} &= \frac{R_{tA} \cdot R_{tB}}{R_{tA} + R_{tB}} = \frac{\Delta x}{\lambda_A \cdot A_A + \lambda_B \cdot A_B} \\ \Delta T &= T_{s1} - T_{s2} \end{aligned}$$

Infatti, si può verificare che:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{tA} + \dot{Q}_{tB} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{tA}} + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{tB}}$$



## Analogia elettrotermica: geometria cilindrica



Per una **parete cilindrica monostrato con adduzione**  
(con lunghezza assiale  $L$ ):

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

ove

$$R_{tot} = R_{s1} + R_t + R_{s2}$$

$$\Delta T = T_{a1} - T_{a2}$$

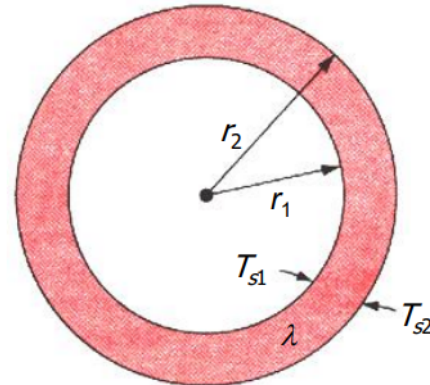
**Resistenza termica per conduzione**  
attraverso uno strato cilindrico:

$$R_t = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \approx \frac{r_2 - r_1}{\lambda \cdot (2\pi \cdot r_2 \cdot L)} \quad [^{\circ}\text{C/W}]$$

**Resistenze termiche per adduzione**  
su una superficie cilindrica:

$$R_{s1} = \frac{1}{h_1 \cdot A_1} = \frac{1}{h_1 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L)} \quad [^{\circ}\text{C/W}]$$

$$R_{s2} = \frac{1}{h_2 \cdot A_2} = \frac{1}{h_2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot L)} \quad [^{\circ}\text{C/W}]$$



Elementi di Fisica tecnica per l'ingegneria

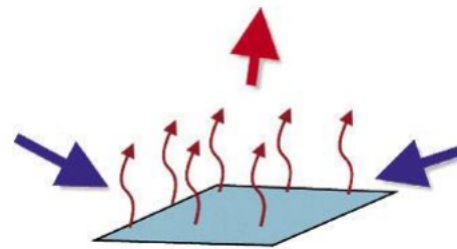
## Unità 16

Una superficie scambia calore con l'ambiente secondo la relazione:

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_s - T_{\infty})$$

ove

- $\dot{Q}$  potenza termica scambiata [W]
- $h$  coefficiente di scambio termico superficiale (adduttivo) [W/(m<sup>2</sup>K)]
- $A$  area di scambio termico [m<sup>2</sup>]
- $T_s$  temperatura della superficie [°C]
- $T_{\infty}$  temperatura del fluido indisturbato [°C]

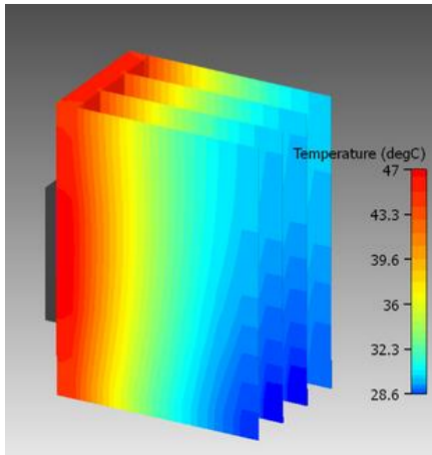


Assegnate le temperature si può aumentare lo scambio termico aumentando il coefficiente di scambio termico o aumentando la superficie di scambio.

Il dissipatore di calore (finned surface heat sink) è un dispositivo atto a facilitare lo scambio di calore tra una superficie calda e un ambiente più freddo della superficie.

## Prestazioni dei dissipatori

Nei dissipatori a superficie alettata man mano che ci si allontana dalla base la temperatura delle alette diminuisce.



## Efficienza di un'aletta

Una singola aletta presenta un'efficienza  $\eta_f$ , definita come il rapporto tra la potenza termica effettivamente scambiata dall'aletta e la potenza termica che questa scambierebbe se fosse tutta alla temperatura della sua base:

$$\eta_f = \frac{\dot{Q}_f}{\dot{Q}_{f,\max}} = \frac{\dot{Q}_f}{h \cdot A_f \cdot (T_b - T_\infty)}$$

ove

$\dot{Q}_f$  potenza termica effettivamente scambiata [W]

$\dot{Q}_{f,\max}$  potenza termica massima scambiata [W]

$h$  coefficiente di scambio termico superficiale (fondamentalmente convettivo) [W/(m<sup>2</sup>K)]

$A_f$  area superficiale dell'aletta [m<sup>2</sup>]

$T_b$  temperatura della base dell'aletta [°C]

$T_\infty$  temperatura del fluido [°C]

L'efficienza di un'aletta cala all'aumentare dell'allungamento (rapporto lunghezza / spessore) e al calare della conduttività termica del materiale di cui è costituita.

## Efficacia di un'aletta

Una singola aletta presenta un'efficienza  $\varepsilon_f$  definita come il rapporto tra la potenza termica scambiata dall'aletta stessa e quella che verrebbe scambiata attraverso la sua base, cioè in assenza dell'aletta:

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{Q}_f}{\dot{Q}_b} = \frac{\dot{Q}_f}{h \cdot A_b \cdot (T_b - T_\infty)}$$

ove

$\dot{Q}_f$  potenza termica effettiva scambiata [W]

$\dot{Q}_b$  potenza termica scambiata attraverso la base [W]

$h$  coefficiente di scambio termico superficiale (fondamentalmente convettivo) [W/(m<sup>2</sup>K)]

$A_b$  area di base dell'aletta [m<sup>2</sup>]

$T_b$  temperatura della base dell'aletta [°C]

$T_\infty$  temperatura del fluido di raffreddamento [°C]

L'efficacia di un'aletta è correlata alla sua efficienza:

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{Q}_f}{\dot{Q}_b} = \frac{\eta_f \cdot \dot{Q}_{f,\max}}{\dot{Q}_b} = \frac{\eta_f \cdot h \cdot A_f \cdot (T_b - T_\infty)}{h \cdot A_b \cdot (T_b - T_\infty)} = \eta_f \cdot \frac{A_f}{A_b}$$

$$\varepsilon_f = \eta_f \cdot \frac{A_f}{A_b} = \eta_f \cdot \frac{2 \cdot L \cdot W}{s \cdot W} = \eta_f \cdot 2 \cdot \frac{L}{s}$$

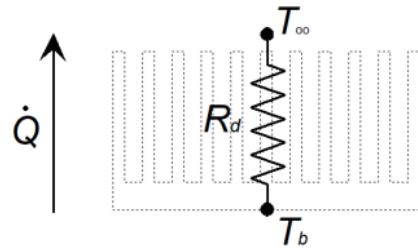
I ventilatori sono utilizzati per aumentare l'efficacia di una alettatura. Permettono di aumentare sia il coefficiente di scambio termico e permettono anche di evitare che la temperatura  $T_\infty$  del fluido salga in zone di ristagno tra le alette.

Le relazioni analitiche hanno scarsa corrispondenza con la realtà e sono più utili per ottimizzare la superficie alettata più che per prevederne le prestazioni.

E' più conveniente determinare sperimentalmente la resistenza termica  $R_d$  di un dissipatore a superficie alettata, definita come il termine di correlazione tra

potenza termica dissipata e differenza di temperatura tra base dell'alettatura e fluido di raffreddamento.

$$\dot{Q} = \frac{T_b - T_\infty}{R_d} \Rightarrow R_d = \frac{T_b - T_\infty}{\dot{Q}}$$



ove

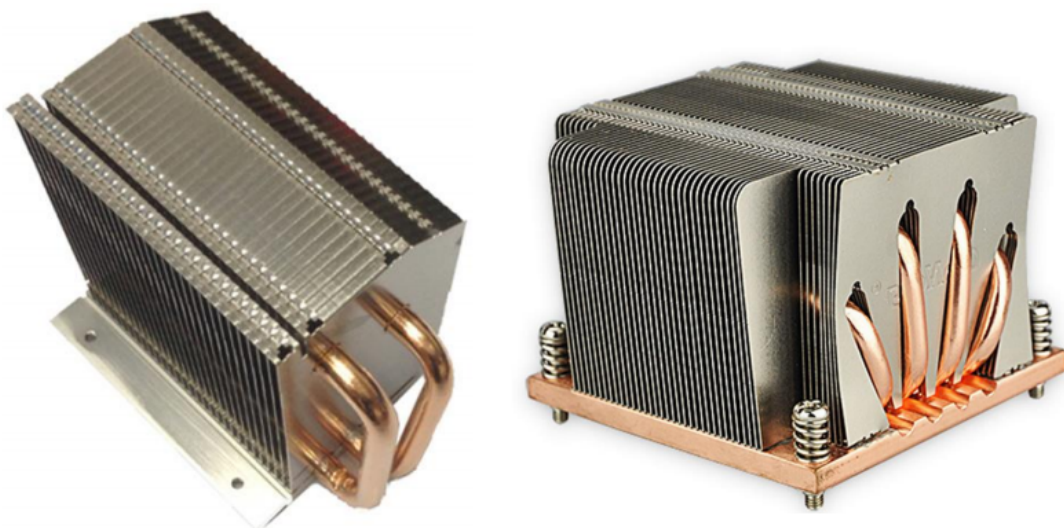
$\dot{Q}$  potenza termica dissipata [W]

$R_d$  resistenza termica del dissipatore [°C]

$T_b$  temperatura alla base del dissipatore [°C]

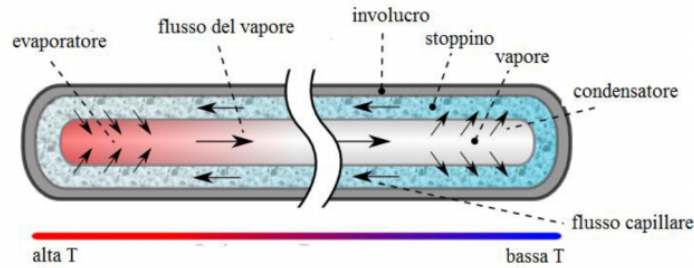
$T_\infty$  temperatura del fluido di raffreddamento [°C]

Per aumentare l'efficienza dell'alettatura è possibile realizzare dissipatori integranti dispositivi tipo heat pipes (tubi di calore), che permettono di trasferire calore dalla base alla sommità delle alette.

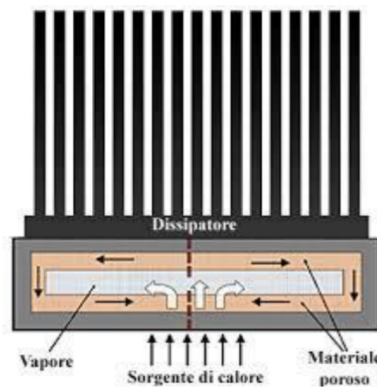


Gli heatpipes sono anche utili per delocalizzare l'area di scambio termico con il fluido di raffreddamento rispetto all'elemento raffreddato.

Le heatpipes sono un condotto sigillato che contiene un fluido in depressione (spesso acqua), da un lato condensa e dall'altro evapora. Per evitare che il flusso di vapore venga ostacolato dal flusso del liquido sono presenti dei canali capillari all'esterno che permettono al liquido di tornare all'evaporatore tramite capillarità.



Un'estensione dello stesso concetto sono i vapor chamber che diffondono il calore in modo uniforme su un'area maggiore di quella da cui viene assorbito.



*Diffusori in grafite*

### Resistenza termica di contatto

La resistenza termica di contatto è un'ulteriore resistenza termica ( $R_c$ ) che si trova tra il dissipatore e la superficie di scambio. Solitamente, il valore  $R_c$  per unità di superficie è disponibile per svariate soluzioni di accoppiamento. La resistenza totale, data l'area si può ottenere tramite:

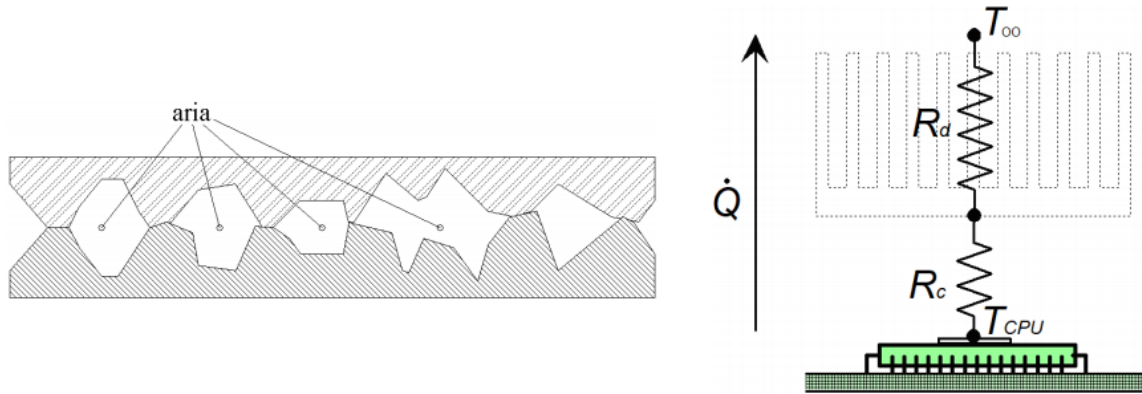
$$R_c = R_c'' / A_c$$

Quindi la resistenza complessiva, aggiunto anche il dissipatore è:

$$R = R_c + R_d$$

Quindi la massima temperatura che si può avere nel processore è:

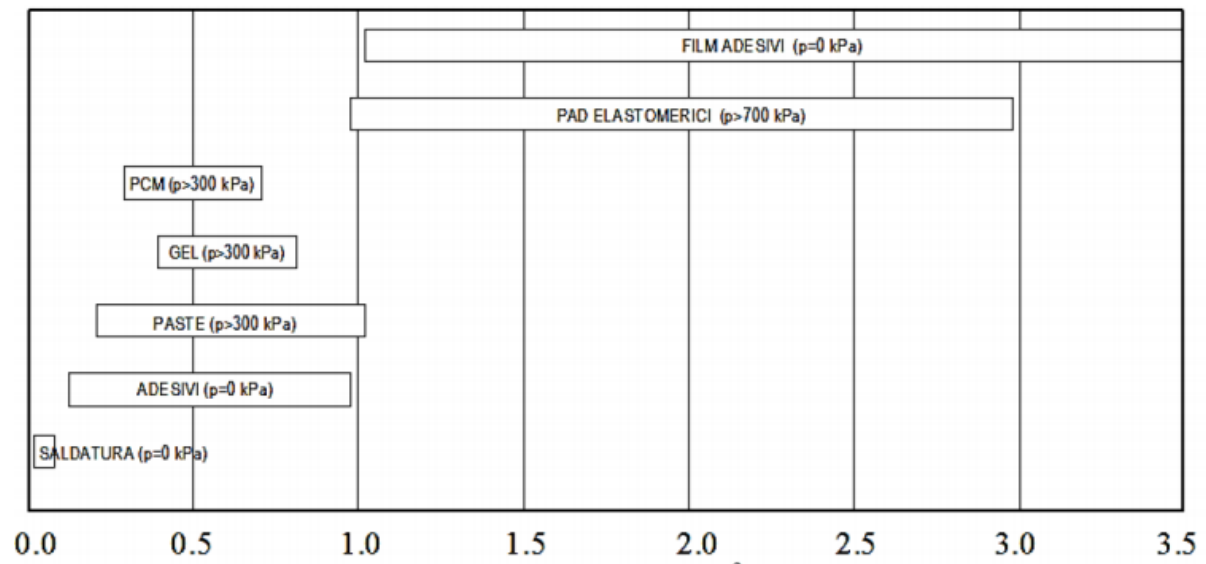
$$T_{CPU} = T_{\infty} + R \cdot \dot{Q}_{\max} = T_{\infty} + (R_c + R_d) \cdot \dot{Q}_{\max}$$



Per minimizzare l'impatto della resistenza di contatto si possono svolgere varie fasi:

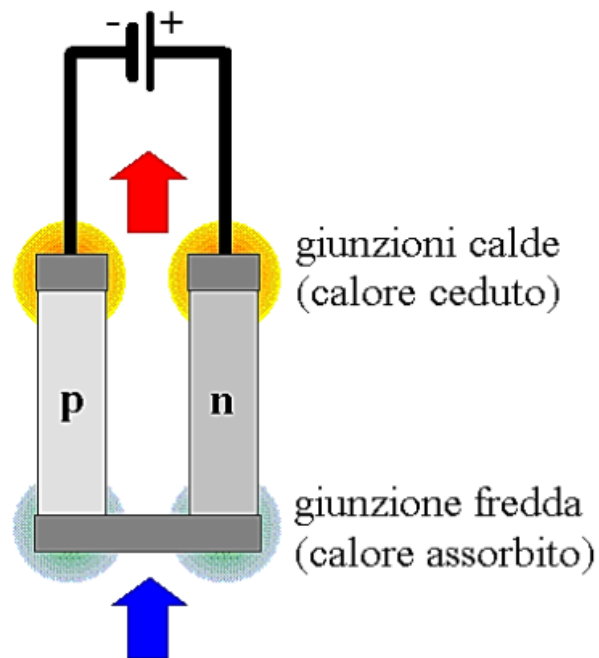
- Lucidatura/levigatura delle superfici.
- Compressione, che deforma i punti di contatto.
- Introduzione di materiale di interfacciamento termico con fluido/semifluido più conduttivo dell'aria che si inserisce dove si trovano le bolle.

Esistono vari materiali che possono essere usati come interfaccia termica:



La saldatura tuttavia, non è sempre possibile. La soluzione più usata è la pasta conduttiva anche se presenta vari problemi.

Una **cella termoelettrica elementare** è costituita da due prismi (pellet) di materiale semiconduttore, uno con drogaggio P e uno con drogaggio N. I due prismi sono collegati tra di loro a un'estremità mediante una piastrina (giunzione fredda). All'altra estremità sono collegati tramite un generatore di corrente (giunzione calda).



Se il generatore di corrente applica una corrente continua alla coppia termoelettrica, per effetto Peltier ne risulta un trasferimento di calore dalla giunzione fredda alle giunzioni calde.



## Effetto Peltier



La potenza termica sottratta alla giunzione fredda per effetto Peltier è proporzionale alla corrente applicata  $I$ :

$$\dot{Q}_p = 2aT_c I$$

ove

$I$  corrente [A]

$a$  coefficiente di Seebeck relativo della coppia termoelettrica [V/K]

$$a = \frac{1}{2}(a_{pm} + a_{mn})$$

$a_{pm}$  coefficiente di Seebeck relativo all'accoppiamento tra semiconduttore tipo p e metallo (rame) [V/K]

$a_{mn}$  coefficiente di Seebeck relativo all'accoppiamento tra metallo e semiconduttore tipo n [V/K]

$T_c$  temperatura termodinamica assoluta della giunzione [K]

## Effetto Joule



Metà del calore dissipato nel circuito della cella per effetto Joule affluisce alle giunzioni calde, e l'altra metà affluisce alla giunzione fredda, che riceve una potenza termica:

$$\dot{Q}_J = \frac{1}{2}RI^2 = \frac{1}{2}\left(r\frac{2s}{A}\right)I^2 \equiv \frac{1}{2}\left(2\frac{r}{G}\right)I^2$$

ove

$R$  resistenza elettrica della cella [ $\Omega$ ]

$r$  resistività elettrica media del semiconduttore [ $\Omega\cdot\text{m}$ ]

$$r = \frac{1}{2}(r_p + r_n)$$

$r_p$  resistività elettrica del semiconduttore tipo p [ $\Omega\cdot\text{m}$ ]

$r_n$  resistività elettrica del semiconduttore tipo n [ $\Omega\cdot\text{m}$ ]

$A$  area trasversale di un pellet [ $\text{m}^2$ ]

$s$  altezza di un pellet [m]

$G$  fattore di forma del pellet [m]

$$G = \frac{A}{s}$$

## Effetto «Fourier»

Una potenza termica è trasferita attraverso la coppia per conduzione termica dalle giunzioni calde alle giunzioni fredde (impropriamente, in analogia, per “effetto Fourier»):

ove 
$$\dot{Q}_F = (\lambda_p + \lambda_n) \frac{A}{s} (T_h - T_c) \equiv 2\lambda G (T_h - T_c)$$

$R$  resistenza elettrica della cella [K/W]

$\lambda$  conduttività termica media del semiconduttore [W/(m·K)]

$$\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_p + \lambda_n)$$

$\lambda_p$  conduttività termica del semiconduttore tipo p [W/(m·K)]

$\lambda_n$  conduttività termica del semiconduttore tipo n [W/(m·K)]

$A$  area trasversale di un pellet [m<sup>2</sup>]

$s$  altezza di un pellet [m]

$G$  fattore di forma del pellet [m]

$$G = \frac{A}{s}$$

## Potenza frigorifera di una cella termoelettrica

La potenza termica che in condizioni stazionarie è sottratta alla giunzione fredda di una coppia termoelettrica (in virtù del flusso di elettroni che la attraversa), e che può essere quindi estratta da un corpo o ambiente in collegamento termico con la giunzione stessa, è data dalla somma algebrica dei diversi contributi dovuti agli effetti Peltier, Joule e “Fourier”:

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_p - \dot{Q}_J - \dot{Q}_F = 2 \left[ aT_c I - \frac{1}{2} r I^2 - \lambda G (T_h - T_c) \right]$$

Le proprietà del semiconduttore sono sempre riferite alla temperatura media del materiale:

$$a = a(T_m), \quad r = r(T_m), \quad \lambda = \lambda(T_m)$$

ove

$$T_m = \frac{T_c + T_h}{2}$$

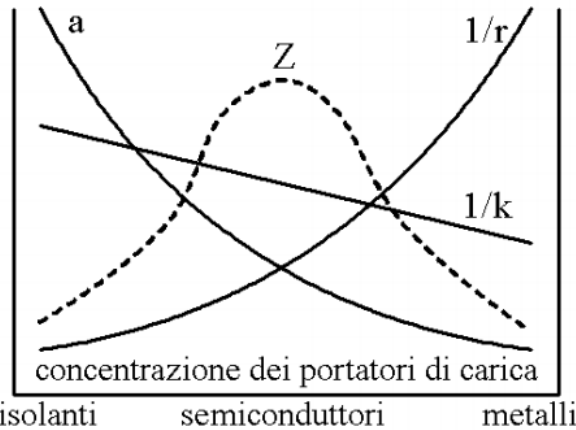


## Figura di merito Z

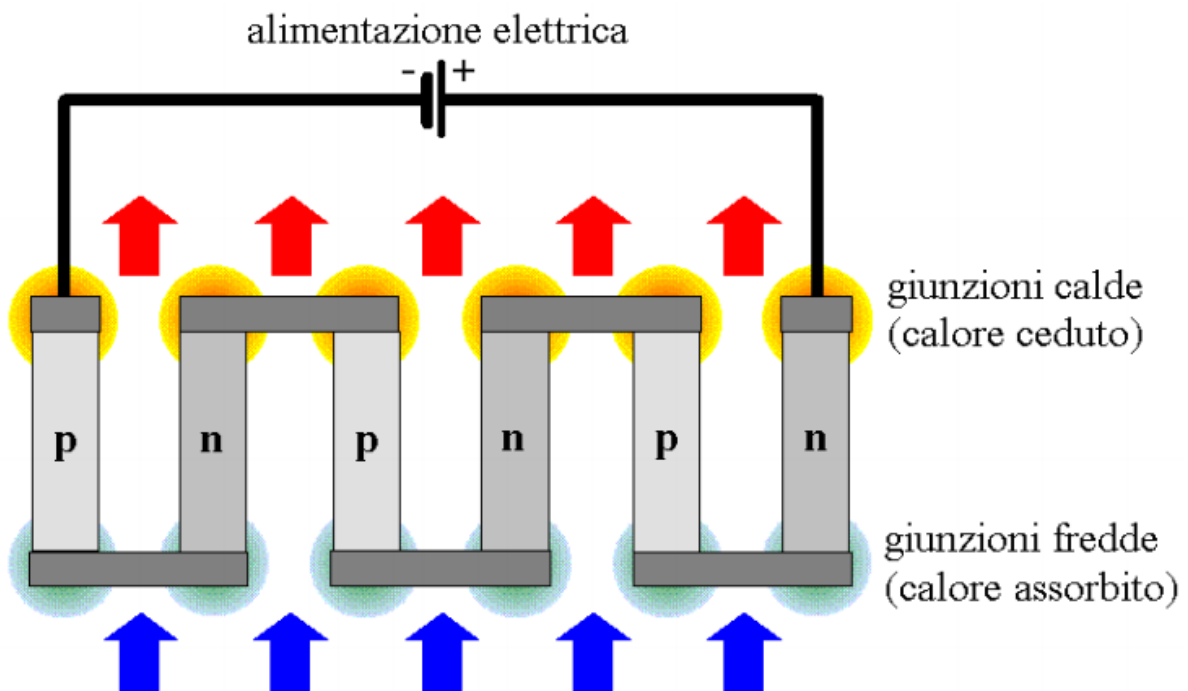


Resistività elettrica e conduttività termica e sono inversamente correlate. Si può dimostrare che i principali parametri prestazionali di una cella termoelettrica per refrigerazione dipendono principalmente dalla cosiddetta "figura di merito" Z della coppia di materiali impiegati:

$$Z = \frac{a^2}{r\lambda}$$

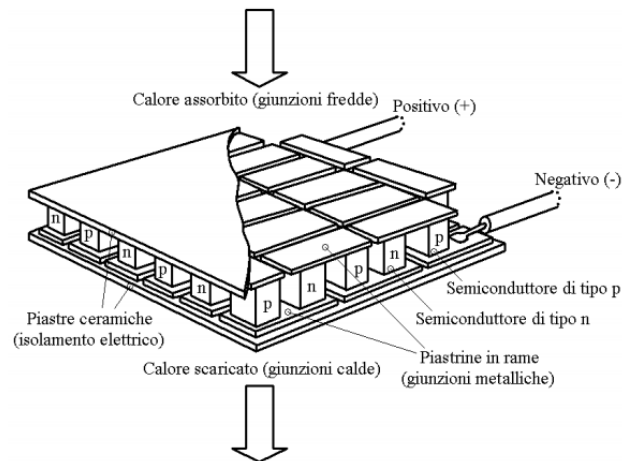


I materiali semiconduttori sono quelli con il valore massimo di Z.



## Moduli termoelettrici

Le coppie sono inoltre integrate tra due sottili piastre in materiale ceramico, solitamente allumina ( $Al_2O_3$ ) cristallina, con il duplice scopo di garantire l'isolamento elettrico delle giunzioni metalliche e di formare le superfici di scambio termico del modulo.



Per ottenere prestazioni ancora migliori i moduli termoelettrici potrebbero anche avere una disposizione di tipo piramidale, con due circuiti in parallelo.

Sono molto flessibili per creare connessioni termiche tra i vari dissipatori.

## Prestazioni dei moduli termoelettrici

Il potere frigorifero di una pompa di calore termoelettrica costituita da  $N$  coppie, elettricamente in serie e termicamente in parallelo, è:

$$\dot{Q}_c = N(\dot{Q}_p - \dot{Q}_j - \dot{Q}_F) = 2N \left[ aT_c I - \frac{1}{2} \frac{r}{G} I^2 - \lambda G (T_h - T_c) \right]$$

Data la corrente  $I$ , tensione applicata, potenza applicata e  $COP$  valgono:

$$\Delta V = 2N \left[ aT_h (T_h - T_c) + \frac{r}{G} I \right]$$

$$P = \Delta V \cdot I = 2N \left[ aT_h (T_h - T_c) I + \frac{r}{G} I^2 \right]$$

$$COP = \frac{Q_c}{P}$$

La massima differenza di temperatura ottenibile (a potenza frigorifera nulla) è:

$$\Delta T_{\max} = T_h - \frac{\sqrt{1 + (2ZT_h)} - 1}{Z}$$



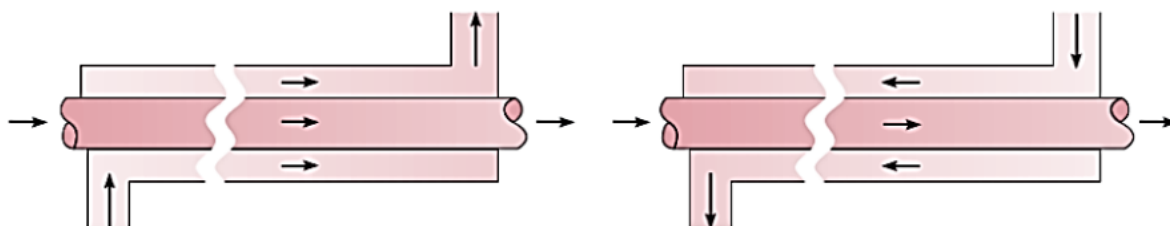
# Unità 17

Nella pratica, si ha sempre uno scambio termico tra due fluidi a differente temperatura, separati da una parete solida. Il dispositivo atto a realizzare tale scambio viene detto anche scambiatore di calore.

## Tipologie di scambiatori di calore

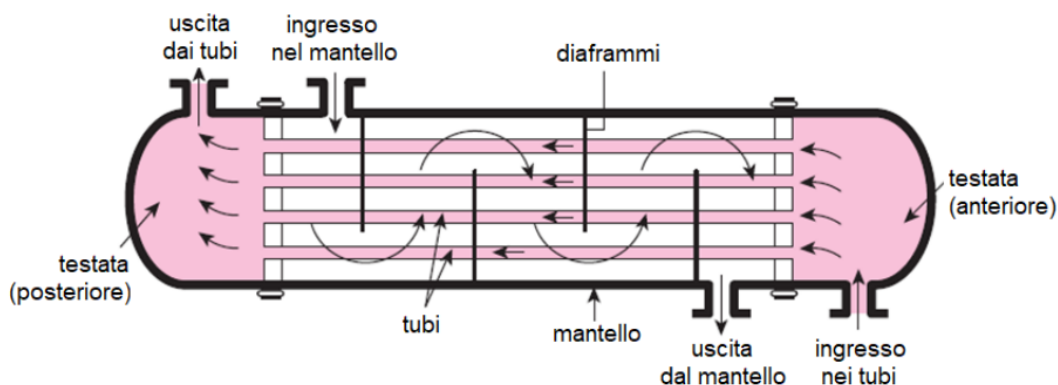
### Scambiatori tubo in tubo

Il fluido caldo e il fluido freddo scorrono in tubi concentrici adiacenti.



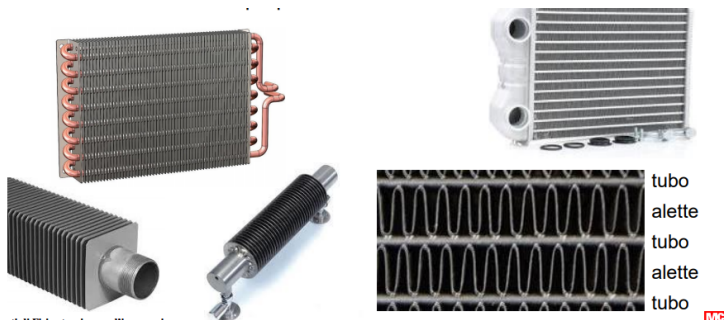
I due fluidi possono scorrere allo stesso modo (come nell'immagine a sinistra) o possono scorrere in direzioni opposte, quindi controcorrente (come nell'immagine a destra).

### Scambiatore a tubi e mantello (gas combusti-vapore)

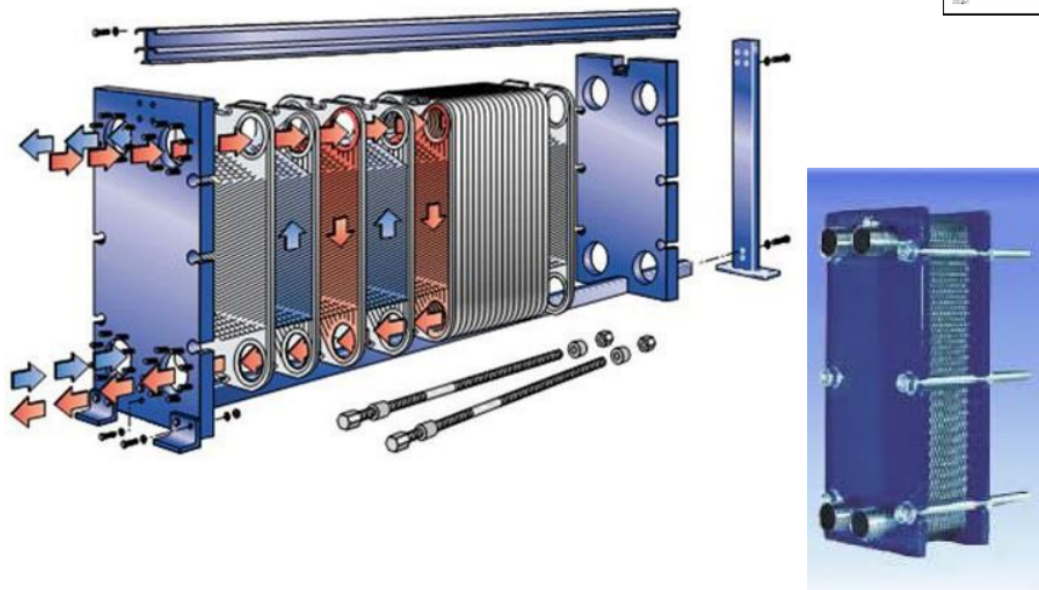


### Scambiatori a correnti incrociate: tubi alettati (liquido-gas)

E' formato da tante lamine sottili tra cui fluisce il fluido montate su una serie di tubi paralleli. Le piastre fungono da alette aumentando lo scambio termico convettivo. Contemporaneamente assicurano lo scorrimento del fluido perpendicolare ai tubi.



## Scambiatori a piastre (liquido-liquido)



## Scambiatori di calore compatti (a correnti incrociate)

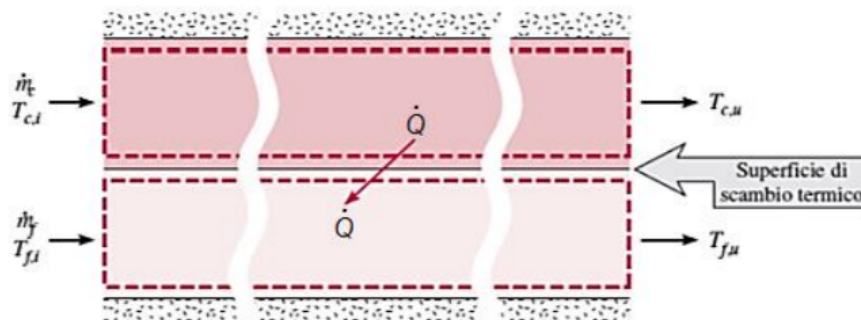
Hanno un'ampia superficie di trasferimento del calore per unità di volume (ad es. radiatore per auto, polmone umano). È classificato come compatto uno scambiatore con una densità di superficie  $> 700 \text{ m}^2 / \text{m}^3$ .

## Analisi degli scambiatori di calore

### Analisi degli scambiatori di calore

#### Bilancio energetico dei fluidi

$$\sum_u \dot{m}_u \left( h_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right) + \frac{d}{dt} \left[ \int_V \rho e dV \right] + \dot{L} = \sum_i \dot{m}_i \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right) + \dot{Q}$$



Adottando una serie di semplificazioni (flusso stazionario, variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili, fluido incompressibile o gas perfetto  $\Rightarrow \Delta h = c_p \Delta T$ , lavoro assente, scambiatore esternamente adiabatico) e applicando il bilancio a ciascuna delle due correnti, si ottiene:

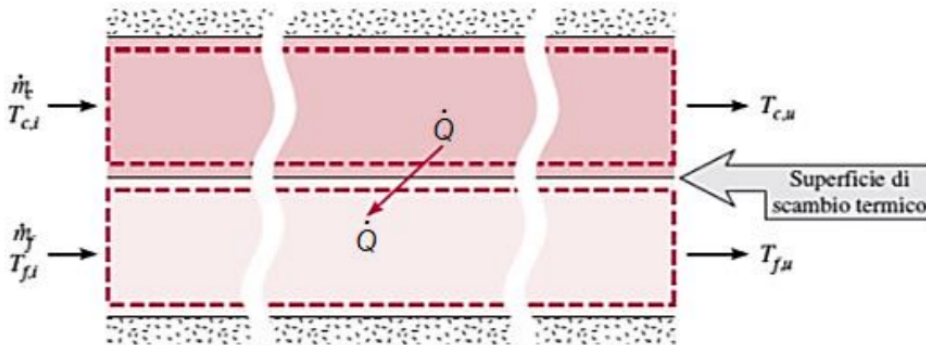
$$|\dot{Q}| = -\dot{Q} = -\dot{m}_c c_{p,c} (T_{c,u} - T_{c,i}) \quad \text{e} \quad \dot{Q} = \dot{m}_f c_{p,f} (T_{f,u} - T_{f,i})$$



Il bilancio per i due fluidi può essere riscritto nella formula seguente:

$$\dot{Q} = C_c \cdot (T_{c,i} - T_{c,u}) = C_f \cdot (T_{f,u} - T_{f,i})$$

$$\left. \begin{aligned} C_c &= \dot{m}_c c_{p,c} \\ C_f &= \dot{m}_f c_{p,f} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{capacità termiche istantanee [W/K]}$$



### Il coefficiente globale di scambio termico

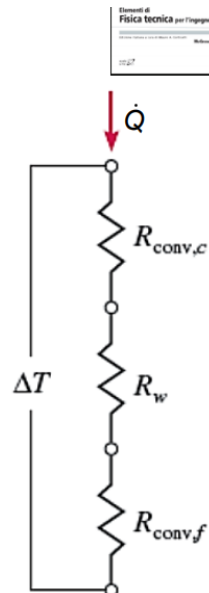
- L'equazione della potenza termica può essere rappresentata attraverso il circuito termico in figura in funzione delle resistenze termiche convettive lato fluido caldo e freddo e della resistenza termica conduttiva delle pareti:

$$\frac{1}{UA} = R_{conv,c} + R_w + R_{conv,f} = \left( \frac{1}{hA} \right)_c + R_w + \left( \frac{1}{hA} \right)_f$$

- Si osservi che il calcolo del prodotto  $UA$ , ove  $U$  ( $W/m^2K$ ) è il **coefficiente globale di scambio termico**, può basarsi sia sul lato caldo che sul lato freddo dal momento che:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_c A_c} = \frac{1}{U_f A_f}$$

- I coefficienti convettivi per il lato caldo e per quello freddo possono essere stimati utilizzando le opportune correlazioni empiriche.



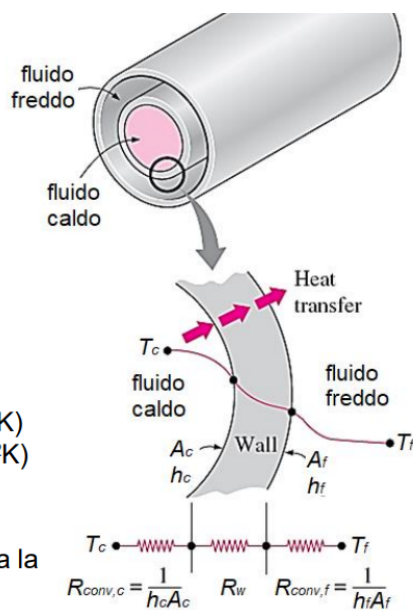
### Scambiatore tubo in tubo

$$\dot{Q} = UA \Delta T_{(media)} = \frac{\Delta T_{(media)}}{R}$$

$$\frac{1}{UA} = R_{conv,c} + R_w + R_{conv,f} = \left( \frac{1}{hA} \right)_c + \frac{\ln(D_f/D_c)}{2\pi\lambda_w L} + \left( \frac{1}{hA} \right)_f$$

Il coefficiente di convezione ha valori tipici inferiori a  $10^2$   $W/(m^2K)$  nei **gas**, e superiori a  $10^3$   $W/(m^2K)$  nei **liquidi**.

Se la parete è in **metallo sottile**,  $A_f \approx A_c = A$  e può essere trascurata la sua resistenza  $R_w \approx s_w / (\lambda_w A)$ .



## Coefficiente globale di scambio



Tipologia di scambiatore di calore	$U, \text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
Acqua-acqua	850 ÷ 1700
Acqua-olio	100 ÷ 350
Acqua-benzina o cherosene	300 ÷ 1000
Acqua di alimentazione dei riscaldatori	1000 ÷ 8500
Vapore d'acqua-olio combustibile leggero	200 ÷ 400
Vapore d'acqua-olio combustibile pesante	50 ÷ 200
Condensatore di vapore d'acqua	1000 ÷ 6000
Condensatore di freon (raffreddato ad acqua)	300 ÷ 1000
Condensatore di ammoniacca (raffreddato ad acqua)	800 ÷ 1400
Condensatore di alcool	250 ÷ 700
Gas-gas	10 ÷ 40
Acqua-aria in tubi alettati (acqua nei tubi)	30 ÷ 60*
	400 ÷ 850**
Vapore d'acqua-acqua in tubi alettati (vapore nei tubi)	30 ÷ 300*
	400 ÷ 4000**

\* Relativo alla superficie di scambio lato aria.

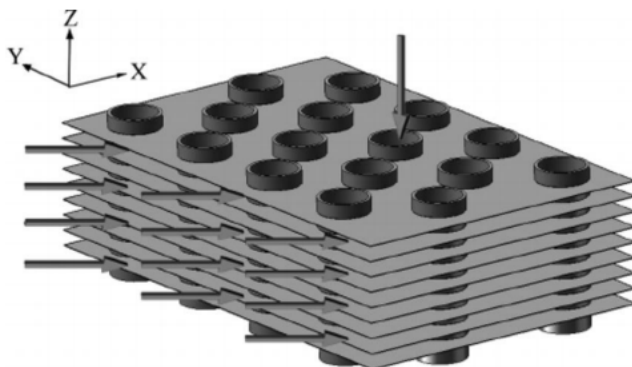
\*\* Relativo alla superficie di scambio lato acqua o lato vapore.

## Coefficiente globale di scambio

Negli scambiatori di calore liquido-gas il coefficiente di convezione sul lato gas (ad es.  $h_f$ ) è molto inferiore a quello sul lato liquido (ad es.  $h_c$ ):

$$h_f \ll h_c \Rightarrow \frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_f} \approx \frac{1}{h_f} \Rightarrow U \approx h_f$$

In questi casi, si utilizzano delle alette sul lato gas per migliorare il prodotto  $UA$  e quindi l'efficienza dello scambio termico:



$$\frac{1}{UA} \approx \frac{1}{h_c A_c} + \frac{1}{h_f A_{f,finned}}$$

ove

$$A_{f,finned} = A_{f,unfinned} + \eta_{fin} A_{fin}$$

e  $\eta_{fin}$  è l'efficienza delle alette.



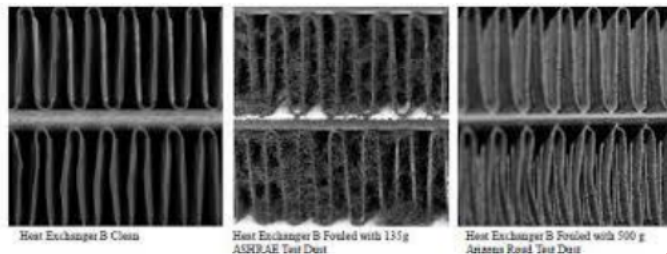
## Coefficiente globale di scambio

Le prestazioni degli scambiatori di calore di solito si deteriorano nel tempo a causa dell'accumulo di depositi sulle superfici di trasferimento del calore. Lo strato di depositi rappresenta un'ulteriore resistenza al trasferimento di calore. Questo è rappresentato tramite un fattore di incrostazione (**fouling factor**)  $R_{ff}$  ( $m^2\text{C/W}$ ):

$$\frac{1}{UA} = R = \frac{1}{h_{conv,c} A_c} + \frac{R_{ff,c}}{A_c} + R_w + \frac{R_{ff,f}}{A_f} + \frac{1}{h_{conv,f} A_f}$$

	$R_{ff}$ ( $m^2K/W$ )
Acqua distillata, acqua di mare, acqua di fiume, acqua di alimentazione delle caldaie	
A temperatura inferiore ai 50°C	0.0001
A temperatura superiore ai 50°C	0.0002
Olio combustibile	0.0009
Vapore d'acqua (privo di vapori di olio)	0.0001
Refrigeranti (liquido)	0.0002
Refrigeranti (vapore)	0.0004
Vapori di alcool	0.0001
Aria	0.0004

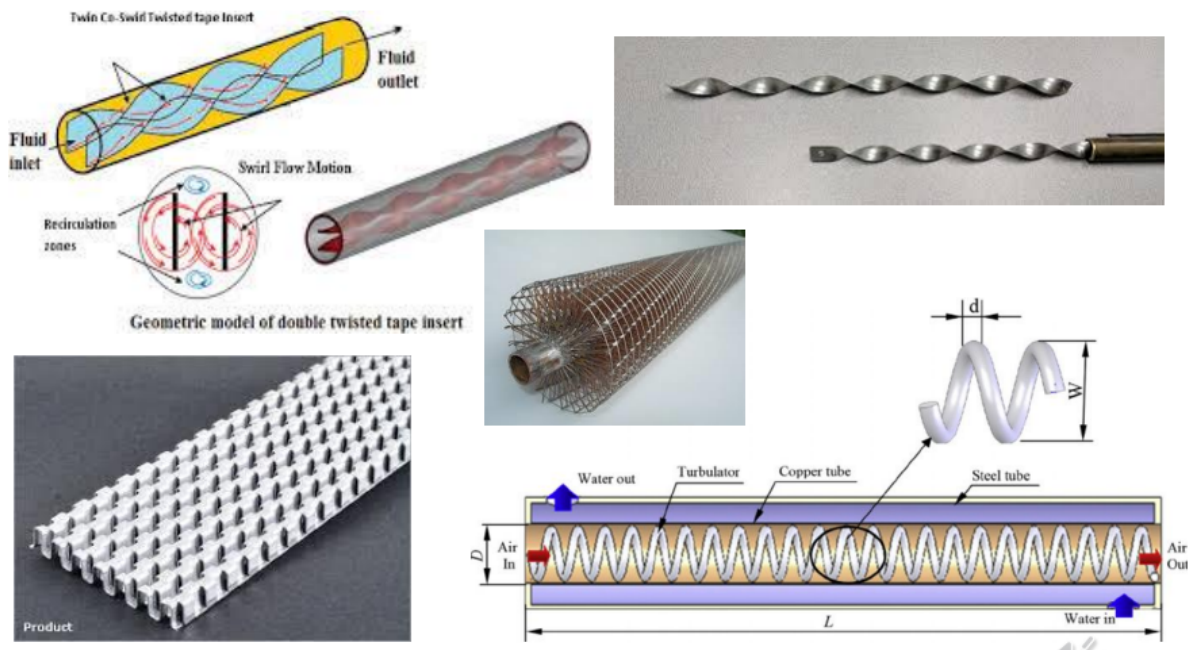
Il fattore di incrostazione aumenta con la temperatura di esercizio e il tempo, e diminuisce con la velocità dei fluidi.



Elementi di Fisica tecnica per l'ingegner...

## Coefficiente globale di scambio

Il coefficiente di convezione può essere migliorato mediante **turbolatori**. Tuttavia, aumentano anche le perdite di carico.



Elementi di Fisica tecnica per l'ingegner...

## Metodo $\varepsilon$ -NTU

Se sono note la tipologia e la taglia dello scambiatore (e quindi è noto il prodotto  $UA$ ), le portate, le capacità termiche istantanee dei fluidi e le temperature di ingresso, e si vogliono determinare le temperature di uscita dei due fluidi e la potenza termica scambiata si parla di **problema di prestazione dello scambiatore**.

Questo problema è analizzato al meglio attraverso il metodo  $\varepsilon$ -ntu, largamente utilizzato nell'ingegneria. Esso definisce un parametro detto efficacia dello scambiatore di calore:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}}$$

La potenza massima scambiabile viene calcolata moltiplicando la massima differenza di temperatura per la minima capacità termica istantanea:

$$\dot{Q}_{\max} = C_{\min} \Delta T_{\max} = \min(C_c, C_f) \cdot (T_{c,i} - T_{f,i})$$

Calcolo di  $\varepsilon$  con metodo analitico

$$c = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}}$$

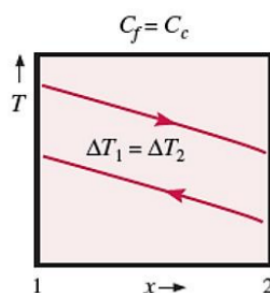
$$\varepsilon = \varepsilon(c, NTU)$$

$$\dot{Q}_{\max} = C_{\min} \cdot (T_{c,i} - T_{f,i})$$

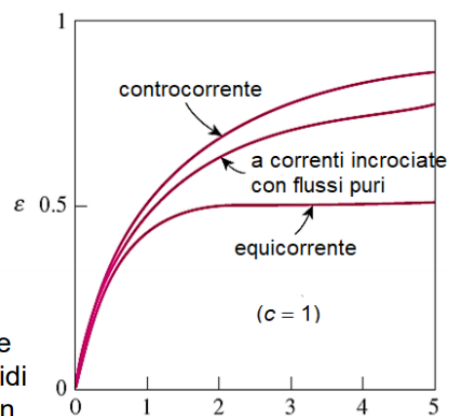
$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \dot{Q}_{\max}$$

### Condizioni particolari di funzionamento degli scambiatori

- $C_c = C_f$ . Il terzo caso rappresenta uno scambiatore controcorrente in cui le capacità termiche istantanee dei due fluidi sono uguali.

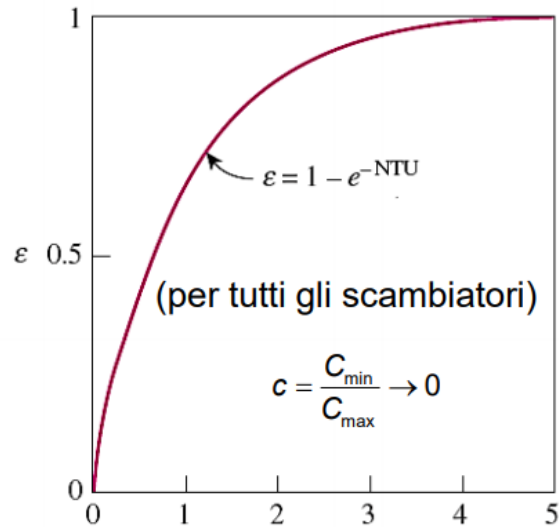
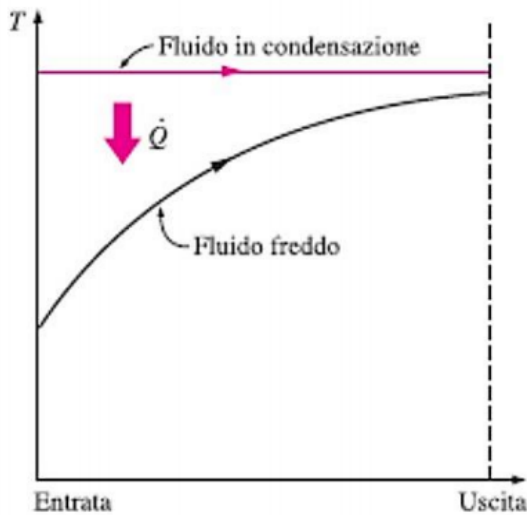


- Assegnati  $c = C_{\min}/C_{\max}$  e  $NTU$ , in controcorrente si ha la massima  $\varepsilon$ , le correnti incrociate con entrambi i fluidi non miscelati seguono da vicino, e in equicorrente si ha la  $\varepsilon$  minima.



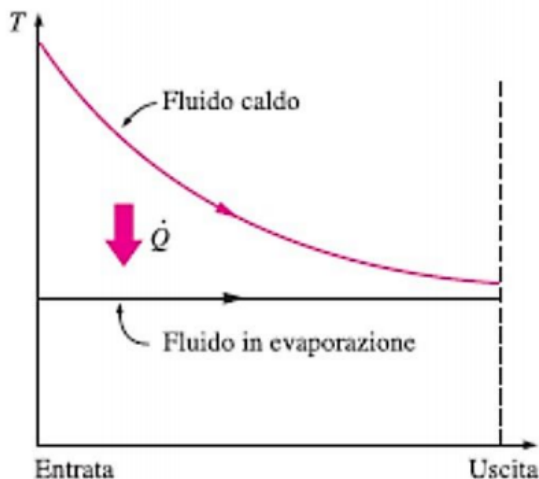
### Condizioni particolari di funzionamento degli scambiatori

- $C_c \gg C_f$ . In questo caso la capacità termica istantanea del fluido caldo è molto maggiore di quella del fluido freddo, ad es. perché il fluido caldo è vapore che condensa.



### Condizioni particolari di funzionamento degli scambiatori

- $C_c \ll C_f$ . In questo caso la temperatura del fluido freddo rimane pressoché uniforme lungo lo scambiatore di calore mentre la temperatura del fluido caldo diminuisce.



(per tutti gli scambiatori)

$$c = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \rightarrow 0 \Rightarrow \epsilon = 1 - e^{-NTU}$$

Nei casi di evaporazione e condensazione, i bilanci energetici per i fluidi che evaporano o condensano devono essere scritti in termini di entalpie di cambiamento di fase.

$$\dot{Q} = \dot{m}\Delta h$$



